


FRANKFURT  
UNIVERSITY  
OF APPLIED SCIENCES

## Spielen Profi-Fußballer rational?

### Empirische Auswertung von Elfmeter-Schüssen

Christian Rieck, Jan Kutschka, Julius Erhardt, Robin Chambers



Fachbereich 3: Wirtschaft und Recht  
Business and Law

FRANKFURT  
UNIVERSITY  
OF APPLIED SCIENCES

## Forschungsidee

- Duell-Situationen im Fußball
- Auswerten von Youtube-Filmen
- Errechnen, ob das Verhalten der optimalen Mischung entspricht



2 Fachbereich 3: Wirtschaft und Recht  
Business and Law

FRANKFURT  
UNIVERSITY  
OF APPLIED SCIENCES

## Welche Situationen?


- „Duell“
  - Passen oder direkt spielen?
  - Elfmeter
- Pass-Direkt-Situationen
  - In Fußball zu kompliziert (22 Spieler, große Fläche)
  - Parallel-Projekt: Basketball Duell-Situationen
- Folgende Ergebnisse nur Fußball-Elfmeter

Seite 3 Fachbereich 3: Wirtschaft und Recht  
Business and Law

FRANKFURT  
UNIVERSITY  
OF APPLIED SCIENCES

## Elfmeter: Theoretische Struktur

- Ball braucht 0,3-0,4 Sekunden bis zum Tor
- Kleiner als Reaktionszeit
- -> Schütze und Torwart entscheiden faktisch **gleichzeitig**



Fachbereich 3: Wirtschaft und Recht  
Business and Law

FRANKFURT  
UNIVERSITY  
OF APPLIED SCIENCES

## Elfmeter: theoretische Struktur

- Nullsummenspiel
  - Was der eine gewinnt, verliert der andere
  - Keine Kooperation möglich
  - Vereinfacht die Berechnung der „Optimal“-Lösung
- (Sofern keine „tacit collusion“ über einzelne Spiele hinweg)

Seite 5 Fachbereich 3: Wirtschaft und Recht  
Business and Law

FRANKFURT  
UNIVERSITY  
OF APPLIED SCIENCES

## Elfmeter: theoretische Struktur

- Diskoordinationsspiel
  - Alltags-Beispiel: Knobeln (Papier-Stein-Schere)
  - Kein Gleichgewicht in reinen Strategien:
    - Wenn ich denke,
    - dass du denkst,
    - dass ich denke,
    - dass du denkst,
    - ...,
    - dass ich nach links springe,
    - dann springe ich nach rechts.
- Denkprozess hat ein Gleichgewicht
  - Nicht optimal, immer das gleiche zu tun
  - -> Zufällig mischen = gemischte Strategie

Seite 6 Fachbereich 3: Wirtschaft und Recht  
Business and Law

**Elfmeter: stilisierte Spielstruktur (Diskoordinationsspiel)**

		Torwart	
		links	rechts
Schütze	links (starke Seite)	80 / -80	100 / -100
	rechts (schwache Seite)	100 / -100	70 / -70

Fachbereich 3: Wirtschaft und Recht  
Business and Law

**Klassifikation der Elfmeter**

- Tor in 6 Zonen eingeteilt
  - links, Mitte, rechts
  - oben, unten



Seite 8 Fachbereich 3: Wirtschaft und Recht  
Business and Law

**Klassifikation der Elfmeter**

- Erhebung nicht mit physischen Seiten des Tors
  - Sondern mit natürlicher Seite / Gegenseite des Schützen (vgl. Chiappori / Levitt / Groseclose 2002)
  - Schütze ist Rechtsfüßer: natürliche Seite ist linke Torseite
  - Linksfüßer: natürliche Seite ist rechts

Natürliche Seite



Gegenseite

Fachbereich 3: Wirtschaft und Recht  
Business and Law

**Methode der Untersuchung**

- Datenbank** über 402 reale Elfmeter-Schüsse angelegt
  - Bundesliga
    - 295 von 326 Spiel-Elfmetern
    - Zeitraum: 2010-2014
  - Endrundenspiele aus UEFA Champions League und Euro League
    - 107 Entscheidungselfmeter
- Datenquellen**
  - Youtube-Videos
  - Spielberichte, sofern relevante Informationen vorhanden
    - Eurosport.Yahoo.de
    - Weltfussball.de

Seite 10 Fachbereich 3: Wirtschaft und Recht  
Business and Law

**Datenbankeinträge**

- Wohin schießt der Schütze? (6 Zonen)
- Wohin springt der Torwart? (6 Zonen)
- Resultat
  - Tor
  - Gehalten
  - Verschossen
- Natürliche Seite
- Datenquelle
- Erhebungsperson

Seite 11 Fachbereich 3: Wirtschaft und Recht  
Business and Law

**Reliabilität: Stimmen die Auswerter überein?**

- Manuelle Auswertung durch drei Personen
- Beurteilung der Zonen teilweise subjektiv
- Reliabilität: Wie genau ist die Beurteilung?
  - 60 Elfmeter wurden doppelt codiert
    - Je zufällig 10 Elfmeter einer Person doppelt erfasst
- Reliabilität: **95% Übereinstimmung**

Seite 12 Fachbereich 3: Wirtschaft und Recht  
Business and Law

### Umwandeln der Daten in Spielmatrix

- Vergangene Erfolgswahrscheinlichkeiten werden die Auszahlungen
- Auszahlungen an Schützen** im Intervall [0...1]
  - 0 = Ball wurde gehalten oder verschossen
  - 1 = Tor erzielt
- Auszahlungen an Torwart**
  - Negativer Wert des Schützen
  - Nullsummenspiel
  - Liegen im Intervall [-1...0]
- Missverständnis vermeiden
  - Erhobene Trefferwahrscheinlichkeiten -> Auszahlungen
  - Wahrscheinlichkeiten der Mischung der Spieler -> strategische Variable

Seite 13

Fachbereich 3: Wirtschaft und Recht  
Business and Law

### Deskriptive Analyse: Torwahrscheinlichkeiten

Auszahlung Schütze		Torhüter					
		NO	NU	MO	MU	GO	GU
Schütze	NO	80,00%	85,71%	85,00%	85,00%	85,00%	85,00%
	NU	77,00%	52,04%	85,00%	85,00%	90,00%	85,00%
	MO	90,00%	81,25%	5,00%	10,00%	90,00%	81,82%
	MU	90,00%	92,22%	10,00%	1,11%	90,00%	94,00%
	GO	85,00%	82,61%	87,00%	85,00%	80,00%	77,27%
	GU	85,00%	85,00%	87,00%	88,89%	77,27%	44,90%

N = natürliche Seite, M = Mitte, G = Gegenseite  
O = oben, U = unten

Seite 14

Fachbereich 3: Wirtschaft und Recht  
Business and Law

### Theoretische Optimal-Lösung (Nash-Gleichgewicht)

$$\begin{array}{c}
 \begin{array}{ccc}
 & q_1 & q_2 & q_3 \\
 p_1 & (a_{11}/b_{11}) & (a_{12}/b_{12}) & (a_{13}/b_{13}) \\
 p_2 & (a_{21}/b_{21}) & (a_{22}/b_{22}) & (a_{23}/b_{23}) \\
 p_3 & (a_{31}/b_{31}) & (a_{32}/b_{32}) & (a_{33}/b_{33})
 \end{array} \\
 \begin{array}{c}
 s_1 \\
 s_2
 \end{array}
 \end{array}$$

$$GG = ((q_1; q_2; q_3), (p_1; p_2; p_3))$$

Seite 15

Fachbereich 3: Wirtschaft und Recht  
Business and Law

### Numerische Lösung errechnen

$$\begin{array}{c}
 \vec{A} \cdot \vec{x} = \vec{c} \\
 \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & -1 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & -1 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & -1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}
 \end{array}$$

gesuchte Strategie für Spieler 2

↑  
Anforderung für Spieler 1

$$\vec{A} \cdot \vec{x} = \vec{c} \Rightarrow \vec{A}^T \cdot \vec{x} = \vec{c}^T \Rightarrow \vec{x} = \vec{A}^{-T} \cdot \vec{c}^T$$

Seite 16

Fachbereich 3: Wirtschaft und Recht  
Business and Law

### Theoretische Lösung: Welches Verhalten wäre optimal?

- Optimalität hängt immer vom Gegner ab
- Nash-Lösung geht davon aus, dass beide Spieler rational sind
- Gleichgewicht statt Optimalität

Seite 17

Fachbereich 3: Wirtschaft und Recht  
Business and Law

### Was passiert, wenn man nicht „optimal“ spielt?

- Zunächst nichts
- Aber man wird ausbeutbar

Seite 18

Fachbereich 3: Wirtschaft und Recht  
Business and Law

**FRANKFURT UNIVERSITY OF APPLIED SCIENCES**

### Theoretische Lösung für unsere Daten

- Bei 6 Strategien pro Spieler
  - 36 Fälle
  - Problem: Besetzungszahlen einzelner Konstellationen sind zu klein
  - Gleichgewicht lässt sich nicht ermitteln
- Deshalb: Datenreduktion auf 3 Strategien pro Spieler
  - Links, Mitte, rechts
  - Nur noch 9 Fälle

Seite 19      Fachbereich 3: Wirtschaft und Recht  
Business and Law

**FRANKFURT UNIVERSITY**

		Natürliche Seite	Mitte	Gegenseite
Gleichgewicht	Torwart	52%	10%	38%
	Schütze	42%	17%	41%

**FRANKFURT UNIVERSITY**

		Natürliche Seite	Mitte	Gegenseite
	Torwart hält mit	40%	100%	45%
Gleichgewicht	Torwart	52%	10%	38%
	Schütze	42%	17%	41%

**FRANKFURT UNIVERSITY**

		Natürliche Seite	Mitte	Gegenseite
	Torwart hält mit	40%	100%	45%
Gleichgewicht	Torwart	52%	10%	38%
	Schütze	42%	17%	41%
Tatsächlich	Torwart	50%	13%	37%
	Schütze	54%	6%	40%

**FRANKFURT UNIVERSITY OF APPLIED SCIENCES**

### Ergebnisse

- Schützen haben auf ihrer natürlichen Seite eine messbar höhere Trefferwahrscheinlichkeit
- Ein rationaler Torwart sollte daher vermehrt auf die starke Seite des Schützen springen
- Torwarte verhalten sich fast exakt wie die Rationaltheorie vorhersagt (Verteilungen nicht unterscheidbar)
- Schützen zielen
  - signifikant zu selten auf die Mitte
  - signifikant zu oft auf ihre natürliche Seite (ihre starke Seite)
- (Alle Aussagen auf 99% Signifikanzniveau)

Seite 23      Fachbereich 3: Wirtschaft und Recht  
Business and Law

**FRANKFURT UNIVERSITY OF APPLIED SCIENCES**

### Interpretation

- Gibt es einen „Action-Bias“?
  - Torwarte halten in der Mitte immer -> einfach stehen bleiben? (Bar-Eli et al. 2005)
  - „Torwarte springen nur, um hohes Gehalt zu rechtfertigen“
  - Falsch: Die gemischte Strategie verlangt, dass sie meist springen
- Wieso zielen Schützen zu selten auf die Mitte?
  - Wenn gehalten, dann ein peinlicher Schuss
  - Kosten für Schützen höher als bei seitlichem Schuss pariert zu werden
- Wie können Torwarte besser abschneiden?
  - Noch öfter springen statt in der Mitte bleiben
  - Etwas häufiger zur natürlichen Seite des Spielers springen

Seite 24      Fachbereich 3: Wirtschaft und Recht  
Business and Law



### Weitere Ergebnisse

- Linksfüßer
  - übergewichten ihre natürliche Seite stärker als Rechtsfüßer
  - weichen stärker von der Gleichgewichtsmischung ab
  - Erfolgswahrscheinlichkeit gleich wie bei Rechtsfüßern
- Torhüter
  - verhalten sich unabhängig vom Schussfuß
  - parieren im unteren Bereich signifikant mehr Bälle als oben
- Oben werden mehr Bälle verschossen
  - Deshalb wird zu oft der Ball flach gehalten
  - Linksfüßer treffen oben signifikant besser als Rechtsfüßer
- Positive Autokorrelation von links, Mitte, rechts innerhalb einer Mannschaft nachweisbar (95% Signifikanz)

Seite 25

Fachbereich 3: Wirtschaft und Recht  
Business and Law

### Geht es nicht doch mit 6 Strategien?

- Was nicht geht
  - Interpolation
  - Bootstrapping
- Was geht
  - Berechnung, wenn man 20.000 Beobachtungen hat
  - Schon in 100 Jahren die Daten gesammelt
- Nintendo-FIFA-Simulation
  - 50 Probanden
    - je 200 Elfmeter als Schütze
    - je 200 Elfmeter als Torwart
  - 10.000 Elfmeter -> 20.000 Beobachtungen

Seite 26

Fachbereich 3: Wirtschaft und Recht  
Business and Law

### Ergebnisse Nintendo FIFA (10.000 Elfmeter)

	Torwart		Schütze	
	Nash-GG	empirisch	Nash-GG	empirisch
1. links oben	0,29	0,25	0,00	0,18
2. mitte oben	0,15	0,16	0,20	0,08
3. rechts oben	0,27	0,25	0,25	0,2
4. links unten	0,24	0,15	0,23	0,24
5. mitte unten	0,02	0,09	0,02	0,08
6. rechts unten	0,04	0,11	0,29	0,21

Seite 27

Fachbereich 3: Wirtschaft und Recht  
Business and Law

Danke fürs Zuhören!

Seite 28

Fachbereich 3: Wirtschaft und Recht  
Business and Law

## Spielen Profi-Fußballer rational?

### Empirische Auswertung von Elfmeter-Schüssen

Christian Rieck, Jan Kutschka, Julius Erhardt,  
Robin Chambers

Fachbereich 3: Wirtschaft und Recht  
Business and Law

### Referenzen

- BAR-ELI, MICHAEL; OFER H. AZAR; ILANA RITOV; Yael KEIDAR-LEVIN; GALIT SCHEIN (2005): Action bias among elite soccer goalkeepers: The case of penalty kicks. MPRA Paper No. 4477, posted 15. August 2007.
- CHIAPPORI, P.A., S. LEVITT, T. GROSECLOSE (2002): Testing Mixed Strategy-Equilibria when players are Heterogenous: The case of Penalty Kicks in Soccer. *American Economic Review*, 92(4): 1138-1151.

Alle illustrativen Bilder lizenziert oder selbst erstellt.

Seite 30

Fachbereich 3: Wirtschaft und Recht  
Business and Law