Kommentare zu den Aufgaben aus dem Brandbrief

Ausarbeitung eines Vortrages vom 16. März 2018, gehalten auf dem 21. Forum für Begabungsförderung in Mathematik an der Universität Mainz

Am 22. März 2017 veröffentlichte der „Tagesspiegel“ unseren Brandbrief über die Mathematikdefizite von Studienanfängern im Rahmen eines Artikels „Der Aufstand der Mathelehrer - Ein Brandbrief von mehr als 130 Professoren und Lehrkräften kritisiert die mangelnde Qualität des Mathematikunterrichtes“:

https://www.tagesspiegel.de/wissen/brandbrief-gegen-bildungsstandards-der-aufstand-der-mathelehrer/19550928.html

Der offene Brief „Mathematikunterricht und Kompetenzorientierung“ brachte die Diskussion um die Absenkung des schulischen Mathematik-Niveaus endlich an die Öffentlichkeit. In Fachkreisen wurde diese Diskussion schon jahrelang geführt. Im Gefolge von drei Tagesspiegel-Artikeln berichteten alle größeren Zeitungen – zumindest online – darüber, und Journale wie „Profil“ oder das „Berlin-Journal“ griffen das Thema auf. Besonders überraschend war für mich, welches große Echo und welche Diskussionen meine beigefügten Klausuraufgaben bei Fachleuten und Laien hervorriefen.

MATHEMATIK-AUFGABEN

Studierenden fallen Aufgaben aus der Mittelstufe schwer

Bruchrechnung, Prozentrechnung, Trigonometrie – aus diesen Bereichen kommen die Aufgaben, die die Mathematikerin Astrid Baumann ihren Studierenden im Fach Bauingenieurwesen an der FH Frankfurt im ersten Semester in einer Klausur stellt. Von den Studienanfängern wird die Klausur als **„enorm schwierig“** empfunden – obwohl es sich um „typische Aufgaben aus dem Mittelstufenstoff“ in der Schule handelt. So steht es in dem offenen Brief, dem die Aufgaben angehängt sind um zu illustrieren, wie **wenig Basiswissen Erstsemester** haben.
Mittig finden sich einige der Aufgaben, zu lösen übrigens ohne Taschenrechner.

Gleichungen

$$\frac{20x+2}{6x+6} - 1 = \frac{6x-4}{2x+2}$$

$$\sqrt{x\sqrt{x} - x} + \sqrt{x} = x$$

$$1000^x - 2 \cdot 100^x = 3 \cdot 10^x$$

Textaufgabe

Eine Gurke besteht zu 90% aus Wasser und wiegt 500g. Nach einigen Tagen in der Küche ist ein Teil des Wassers verdunstet, und die Gurke besteht nur noch zu 80% aus Wasser. Wie schwer ist sie dann?

Insbesondere die **Gurken-Textaufgabe** – „eine bekannte Testaufgabe mit Kultstatus“, wie es in dem Brief heißt – stelle die Studienanfänger vor große Probleme. Als der Test im Sommersemester 2016 durchgeführt wurde, fanden von 87 Studierenden nur fünf die richtige Lösung für das Gewicht der Gurke. Bei anderen Aufgaben gab es in den Vorjahren **„ähnlich desolate Ergebnisse“**, schreiben die Verfasser – selbst wenn es dabei im Wesentlichen reichte, den Satz des Pythagoras richtig anzuwenden.
Die Lösungen zu den Beispielaufgaben und der gesamte Brief finden sich online unter: **www.tagesspiegel.de/wissen**. *tiw*

Die vier Aufgaben in der Mitte des Kastens aus dem Tagesspiegel-Artikel vom 22.3.2017 reizten die Journalisten und Zeitungsleser besonders zum Knobeln. Der TAGESSPIEGEL und die STUTTGARTER ZEITUNG forderten Lösungen dazu an, der Tagesspiegel richtete sogar ein online-Diskussionsforum eigens für die Brandbrief-Aufgaben ein.

In dem vorliegenden Beitrag möchte ich auf Kommentare zu diesen Aufgaben eingehen, die im Laufe des Jahres 2017 abgegeben wurden. Eine vollständige Liste der Aufgaben findet sich im Anhang. Die Aufgaben wurden in den Jahren 2010 bis 2016 in Klausuren „Mathematik1“ im Studiengang Bauingenieurwesen an der Frankfurt University of Applied Sciences gestellt. Diese Liste von alten Klausuraufgaben gebe ich übrigens den Studenten gleich am ersten Tag der Vorlesung „Mathematik 1“ an die Hand, als Bestandteil einer umfangreichen Aufgabensammlung zur Vorlesung.

Im Tagesspiegel vom 22.3.17 wird die Mathematikdidaktikerin und PISA-Beauftragte Frau Prof. Reiss wie folgt zitiert:

„Es ist ein fundamentales Missverständnis, dass die Schule die Schüler studierfähig abzuliefern hat. Die Schule ändert sich, weil ihre Bedingungen sich ändern. Auch der Fremdsprachenunterricht hat sich geändert. Es geht nicht mehr darum, die Grammatik zu beherrschen, sondern darum, sich ausdrücken zu können. Die Hochschulen können also auch nicht einfach Analysis und Algebra verlangen wie vor 20 Jahren: Wir an der TU München holen die Studienanfänger da ab, wo sie stehen.

Die von den Unterzeichnern des Brandbriefes angeführten Aufgaben sind genau solche, die man in der Regel heute nicht mehr im Studium braucht – und wenn man sie braucht, kann man sie sich aneignen.“

Der erste Satz von Frau Reiss betreffend die Hochschulreife soll hier nicht mehr kommentiert werden. Das hat der Tagesspiegel am darauffolgenden Tag schon getan im Rahmen eines Artikels „Deutschland verrechnet sich“. Ich möchte auf die letzte Behauptung von Frau Prof. Reiss eingehen. Ohne sattelfeste Grundlagen aus der klassischen Mittelstufen-Algebra und -Geometrie sind die Studierenden nicht nur bei diesen Aufgaben völlig hilflos, sondern in der gesamten Ingenieurmathematik. Dieser Stoff wird in den Bildungsstandards [B] für die Sekundarstufe I aus dem Jahr 2003 großenteils nicht mehr explizit aufgeführt; z.B. werden binomische Formeln oder Potenzen mit rationalen Exponenten nicht mehr verpflichtend verlangt.

Im Zeitraffer aneignen kann man sich diese Grundlagen nicht. Das ist ebenso unmöglich, wie in vier Wochen Klavierspielen zu lernen.

Die Bemerkung von Frau Prof. Reiss, man brauche diese Aufgaben heute nicht mehr im Studium, ist umso befremdlicher, als Frau Reiss ein Buch geschrieben hat mit dem Titel „Grundlagen der Mathematikdidaktik“ [R].

Ich habe in dem Buch nach Aufgaben geschaut. Da sind ganz klassische Aufgaben zu finden. Zum Beispiel:

- eine Dreiecksberechnung mit Hilfe des Sinussatzes (auf S.80),

- die Frage: „Wie viele Diagonalen hat ein konvexes n-Eck?“ (S. 45),

- oder die Aufgabe: „Ein Kreisbogenstück ist gegeben, vervollständige zu einem ganzen Kreis!“ (S.44).

Welche Aufgaben sind denn nun die richtigen? Aus dem Buch von Frau Prof. Reiss geht das jedenfalls nicht hervor.
Es scheint eine beliebte Strategie zu sein, erfahrene Lehrkräfte als ewig Gestrige zu bezeichnen, wenn sie bewährte Methoden beibehalten und klassischen Mathematikstoff unterrichten. Dabei liegt die Beweispflicht des Gelingens einer Lehrplanreform doch bei den Reformern, die erst einmal erfolgreiche Pilotprojekte in nennenswertem Umfang vorweisen müssten!

In ähnlicher Manier haben sich auch zwei Didaktik-Professoren zu den angeblich antiquierten Aufgaben des Brandbriefes geäußert:
Prof. Elschenbroich im MNU-Journal 3/ 2017 [E], und Prof. Herget in der Zeitschrift „Mathematik lehren“ 202/ 2017 [H].

Prof. Herget ist einer der Unterzeichner des Gegenbrandbriefes von 53 Mathematik-didaktikern, die die Kompetenzorientierung befürworten. Unter der Überschrift “Früher war alles besser“ behandelt Herget die 15. Gleichung aus dem Brandbrief, eine besondere Wurzelgleichung:

$$\sqrt{x\sqrt{x}-x}+\sqrt{x} = x.$$

Diese Aufgabe stammt aus dem wunderschönen Buch „Mathematik à la Carte“, Bd 2, von Franz Lemmermeyer [L].

Herget schreibt ([H], S. 48): „Finden Sie die Lösung dieser Gleichung?
Was kann man hier lernen? Ja, dass man tatsächlich solch eine widerspenstige Gleichung mit nur wenigen Ideen zähmen kann. Insofern kann dies auch Mut machen. Zumindest, wenn man diese Aufgabe nicht als „Seht, nicht mal das könnt ihr!“ ansieht. Sondern genügend Zeit investiert, und zwar ***vor*** der Klausur: Wurzeln „bekommt man weg“ durch Quadrieren. Die Doppelwurzel ist also das erste Ziel. Damit das Quadrieren den gewünschten Erfolg hat, muss die Doppelwurzel allein auf einer Seite der Gleichung stehen.“

Herget spricht den springenden Punkt beim Lösungsweg an: Würde man die Gleichung, so wie sie oben steht, quadrieren, dann würde sich die linke Seite aufgrund der ersten binomischen Formel heillos verkomplizieren. Also isoliert man vor dem Quadrieren den voluminösen Wurzelterm und erhält aus der oben stehenden Gleichung:

$$\sqrt{x\sqrt{x}-x} = x-\sqrt{x}.$$

Man kann hier sogar den Standard-Lösungsweg abkürzen, wenn man erkennt, dass 0 eine Lösung ist. Den dafür verantwortlichen Faktor $\sqrt{x}$ kann man beiderseits ausklammern bzw. für $x \neq 0$ herausdividieren. Eine erste Lösungsmöglichkeit wäre also:

$$\sqrt{x} \cdot \sqrt{\sqrt{x}-1} = \sqrt{x}\,(\sqrt{x}-1).$$

Im Wesentlichen ist hierbei anschließend die Gleichung $\sqrt{z} = z$ mit $z = \sqrt{x}-1$ zu bearbeiten.

Erkennt man die Lösung 0 jedoch nicht von vorneherein, dann spätestens nach dem Quadrieren und Sortieren der Terme:

$$\begin{aligned}\sqrt{x\sqrt{x}-x} &= x-\sqrt{x}\\ x\sqrt{x}-x &= x^2-2x\sqrt{x}+x\\ 0 &= x^2-3x\sqrt{x}+2x\\ 0 &= x\cdot(x-3\sqrt{x}+2).\end{aligned}$$

Man erhält also $x_0=0$ als eine Lösung, sowie $x_1=4$ und $x_2=1$ aus den Lösungen der quadratischen Gleichung $x-3\sqrt{x}+2=0$ für $\sqrt{x}=:w$.

Die Lösung 0 wurde übrigens von vielen Studenten vergessen. Auch Herget nutzt diese Erkenntnis nicht vorab bei seinem Lösungsweg der Aufgabe, sondern schlägt zweimaliges Quadrieren vor. Er findet die Aufgabe zu schwer. Abschließend fragt er:

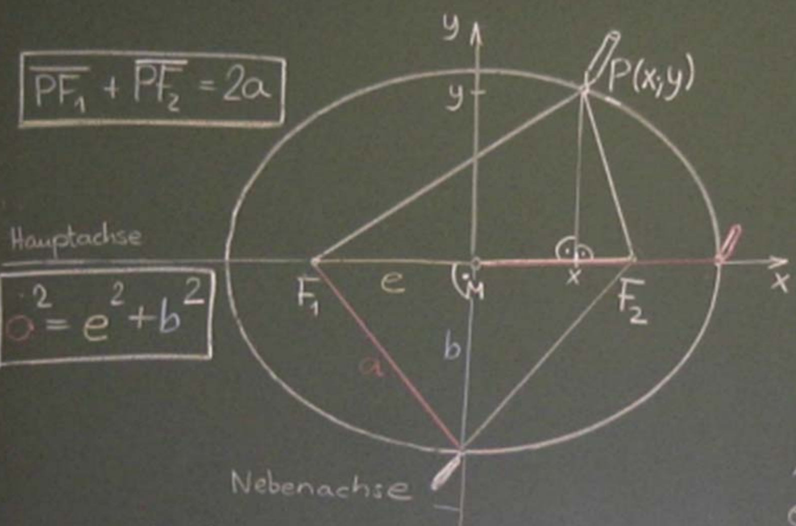
„Allerdings: Wo begegnet uns diese Gleichung in der Schule? Und in welchem Zusammenhang muss man als Bauingenieur eine solche Gleichung lösen?“

Auf die zweite Frage möchte ich jetzt eingehen und auf den vorher in den Raum gestellten versteckten Vorwurf von Herget, ich hätte diese Aufgabe vor der Klausur nicht gründlich vorbereitet. Das Gegenteil ist der Fall! Alle Studenten, die die Aufgabe in Angriff genommen haben, haben den eben besprochenen ersten Schritt getan, also die Gleichung vor dem Quadrieren umgestellt. Wie kam das? Dazu muss ich etwas ausholen:
In der Vorlesung „Mathematik 1 für Bauingenieure“ sind die Kegelschnitte ein Schwerpunktthema. Genau in diesem Zusammenhang, bei der schrittweisen Herleitung der Ellipsengleichung aus der Fadenkonstruktion der Ellipse, braucht man diesen Rechentrick: Isolieren einer Wurzel vor dem Quadrieren, um Rechenarbeit bei der Anwendung der binomischen Formel zu sparen, siehe hierzu die folgenden Tafelbilder:

7. Die Ellipse

$$\boxed{\overline{PF_1} + \overline{PF_2} = 2a}$$

$$\boxed{a^2 = e^2 + b^2}$$



Definition:

Eine Ellipse ist der geometrische Ort aller Punkte P, für die die Summe der Abstände von zwei festen Punkten F_1 und F_2, den „Brennpunkten", konstant $= 2a$ ist.

Aus dieser Definition ergibt sich die sogenannte Fadenkonstruktion der Ellipse (mit Fadenlänge 2a).

2a ist zugleich der größte Ellipsendurchmesser

Herleitung der Ellipsengleichung in dem Koordinatensystem, dessen Ursprung wie skizziert im Ellipsenmittelpunkt M liegt; Koordinatenachsen in Richtung der Haupt- und Nebenachse der Ellipse: Für einen beliebigen Ellipsenpunkt $P(x;y)$ gilt wegen $\overline{PF_1} + \overline{PF_2} = 2a$:

$$\sqrt{(e+x)^2+y^2} + \sqrt{(e-x)^2+y^2} = 2a \qquad \left| -\sqrt{(e-x)^2+y^2}\right.$$

$$\sqrt{(e+x)^2+y^2} = 2a - \sqrt{(e-x)^2+y^2} \qquad |\ (\ )^2$$

$$(e+x)^2+y^2 = 4a^2 - 4a\cdot\sqrt{(e-x)^2+y^2} + (e-x)^2+y^2 \qquad \left[-(e-x)^2 - 4a^2\right]$$

$$4ex - 4a^2 = -4a\sqrt{(e-x)^2+y^2} \qquad |:4$$

$$ex - a^2 = -a\cdot\sqrt{(e-x)^2+y^2} \qquad |\ (\ )^2$$

$$(ex-a^2)^2 = a^2\cdot\left((e-x)^2+y^2\right)$$

$$e^2x^2 - 2exa^2 + a^4 = a^2(e^2 - 2ex + x^2 + y^2) \qquad \left| \begin{array}{l} +2exa^2 \\ -e^2x^2 \\ -e^2a^2 \\ \boxed{a^2-e^2=b^2} \end{array}\right.$$

$$a^2(a^2-e^2) = (a^2-e^2)x^2 + a^2y^2$$

$$a^2b^2 = b^2x^2 + a^2y^2 \qquad |:(a^2b^2)$$

Die Vereinfachung der Ellipsengleichung gemäß der Fadenkonstruktion zur Koordinatengleichung der Ellipse $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ gelingt nur reibungslos, wenn man im ersten Schritt den „Quadrierungstrick“ anwendet. Das habe ich dann auch noch einmal analog für die Hyperbel durchgeführt. Wenn man die Macht dieses Rechentricks zweimal erlebt hat, vergisst man ihn nicht!
Weil dieser Trick so wichtig ist, habe ich ihn auch in Übungsaufgaben und Prüfungsaufgaben immer wieder verlangt.

Die Studierenden scheiterten bei der Wurzelgleichung Nr. 15) an anderen Stolpersteinen wie beispielsweise der richtigen Anwendung der binomischen Formeln.

Die Kegelschnitte sind essentiell im Bauingenieurwesen: An Brücken sieht man oft Parabelformen, Parabolrinnen-Solarkraftwerke sind etwas Zukunftsträchtiges, Kühltürme sind oft Rotationshyperboloide. Und die Ellipse sieht man überhaupt ständig. Man braucht nur mal einen Kaffebecher schräg anzuschauen, ein Rohr schräg durchzusägen oder beim Metzger die Salami in der Auslage zu begucken.

Kegelschnitte sind ein klassischer zeitloser Stoff mit vielen Anwendungsmöglichkeiten – sowohl in der Mathematik selbst als auch in der Praxis. Sie gehören zur mathematischen Allgemeinbildung, sind quasi ein Weltkulturerbe. Schulstoff sind sie in Deutschland schon lange nicht mehr (mit Ausnahme der Parabel), anders als in den asiatischen Ländern.

Die Artikel von Herget und Elschenbroich in den genannten Zeitschriften zur Lehrerfortbildung suggerieren, dass man nach dem Abitur oder der mittleren Reife in allen Berufen mit dem „modernen“, also mageren Mathematikprogramm der kompetenzorientierten Bildungsstandards zurechtkäme. Das finde ich ziemlich verwerflich. Die Didaktiker wären hier stattdessen gefordert, einmal genau fachdidaktisch zu untersuchen, welche Lücken Studienanfänger aus ihrer Schulzeit haben, und welche Fehler sie mitschleppen, um rechtzeitig gegenzusteuern.
In der Ingenieurmathematik gibt es übrigens zahleiche Formeln, die Wurzelausdrücke enthalten, wie die Krümmungsformel, die Formeln für die Bogenlänge oder den Schwerpunkt eines Bogenstückes, u.v.m. – ein Blick in ein Buch über Ingenieurmathematik hätte genügt, um sich zu informieren!

Auch die „Gurkenaufgabe“ Nr. 25 b), an der alle Zeitungsleser ihren Spaß hatten, behandelt Herget abfällig mit dem Etikett „Küchenmathematik“. In der Tat wird diese Aufgabe jedoch in vielen Varianten gestellt und sogar von Firmen in Einstellungstests verwendet.

In Eingangstests von Business-Schools finden sich ebenfalls Prozentrechnungsaufgaben. Hier eine Aufgabe aus einem Aufnahmetest der Elite-Hochschule St. Gallen, die analog zur Gurkenaufgabe ist, jedoch komplexer:

2. Aufgabe: Rechnen mit Saft

In der Cafeteria der Backwoods University werden 10 Liter eines Orangensaftgetränks mit einem Fruchtsaftanteil von 60 Prozent und 15 Liter eines Orangensaftgetränks mit einem Fruchtsaftanteil von 80 Prozent zusammengegossen. Wie viele Liter Wasser muss man hinzufügen, um ein Orangensaftgetränk mit einem Fruchtsaftanteil von 40 Prozent zu erhalten?

a) 18 Liter **b)** 20 Liter **c)** 25 Liter **d)** 27 Liter

Aus einem Eingangstest der Hochschule St. Gallen. Quelle: FAZ vom 15.1.2017

Ob Prof. Herget das auch als „Küchenmathematik“ bezeichnen würde?
Übrigens störte es offenbar weder Herrn Herget noch Herrn Elschenbroich, dass der COSH-Mindestanforderungskatalog für den Studienbeginn eines MINT-Faches [COSH], der in Baden-Württemberg erstellt wurde, aber mittlerweile bundesweit anerkannt ist, bereits nicht mehr vorausgesetzt werden kann. Zu den Bemerkungen aus dem Brandbrief über die Anzahl der richtigen Lösungen Studierender zur Beispielaufgabe 25 a) aus dem COSH-Katalog äußern sich beide nicht.

Inzwischen gibt es auch wichtige Ergebnisse aus einer Studie:
Das Leibniz-Institut für Pädagogik der Naturwissenschaften und Mathematik (IPN) hat im Jahr 2016 Mathematikdozenten, die Studienanfänger an Fachhochschulen und Universitäten unterrichten, in einer Studie befragt, welche mathematischen Lernvoraussetzungen für ein mathematikbasiertes Studium nötig sind (siehe hierzu [MaLeMINT]). Übereinstimmend haben 1000 befragte Mathematikdozenten diesen jetzt zum großen Teil fehlenden Mathematikstoff aus der Mittelstufenzeit als **unentbehrlich** bezeichnet. Trotz des Brandbriefes und der MaLeMINT- Studie wurde seitens der Bildungsadministration noch nicht einmal ansatzweise erwogen, die kompetenzorientierten Bildungsstandards zu überarbeiten. Die mathematischen Inhalte, die im alten Jahrtausend in Deutschlands Schulen noch selbstverständlich dazugehörten, wurden bisher nicht wieder aufgenommen.

Fazit: Die Brandbrief-Aufgaben wurden von der mathematisch interessierten Öffentlichkeit als Herausforderung zum Knobeln begeistert aufgenommen, während einige Mathematikdidaktiker, die sich die Kompetenzorientierung des Mathematik-unterrichtes auf die Fahnen geschrieben haben, diese zeitlosen Aufgaben als „altmodisch“ oder als zu schwer verunglimpften.

Ich möchte daher schließen mit dem Kommentar eines Berliner Gymnasiallehrers für Mathematik und Physik:

„Die Aufgabensammlung, die Sie dem offenen Brief angefügt haben, ist für mich sehr hilfreich gewesen, weil Sie mir deutlich gemacht hat, welche Lücken wir an der Schule lassen. Ich versuche, diese Inhalte interessierten Schülerinnen und Schülern stärker zu vermitteln.“

Referenzen:

[B] Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Mittleren Bildungsabschluss. Beschluss der KMK vom 4.3.2003
http://www.kmk.org/fileadmin/Dateien/veroeffentlichungen_beschluesse/2003/2003_12_04-Bildungsstandards-Mathe-Mittleren-SA.pdf

[COSH] COSH – Cooperation Schule – Hochschule, Mindestanforderungskatalog Mathematik (Version 2.0) der Hochschulen Baden-Württembergs für ein Studium von WiMINT-Fächern 2014
https://lehrerfortbildung-bw.de/bs/bsa/bk/bk_mathe/cosh_neu/

[E] H.-J. Elschenbroich, Ein Brandbrief kommt selten allein, MNU-Journal 3/ 2017, S. 207-209
https://www.mathematik.de/images/Blog/Dokumente/Elschenbroich_MNU_3_2017_207209.pdf

[H] W.Herget, Die etwas andere Aufgabe, Mathematik lehren 202/ 2017, S. 48-49

[L] F. Lemmermeyer, Mathematik à la Carte – Quadratische Gleichungen mit Schnitten von Kegeln, Springer 2016

[MaLeMINT] Mathematische Lernvoraussetzungen für MINT-Studiengänge – eine Delphi-Studie mit Hochschullehrenden
http://www.ipn.uni-kiel.de/de/das-ipn/abteilungen/didaktik-der-mathematik/forschung-und-projekte/malemint
http://www.ipn.uni-kiel.de/de/das-ipn/abteilungen/didaktik-der-mathematik/forschung-und-projekte/malemint/onlineveroeffentlichung

[R] K. Reiss/ Chr. Hammer, Grundlagen der Mathematikdidaktik, Birkhäuser 2013
http://www.springer.com/de/book/9783034601412

August 2018

Dr. Astrid Baumann
Lehrkraft für besondere Aufgaben
Fachbereich 1: Architektur · Bauingenieurwesen · Geomatik
Frankfurt University of Applied Sciences
E-Mail astrid.baumann@fb1.fra-uas.de

ANHANG

Die Aufgaben aus dem offenen Brief „Mathematikunterricht und Kompetenzorientierung“

Teil 1

Die Aufgaben 1) - 16) sind einschließlich der Probe *ohne Taschenrechner* zu lösen; es sind jeweils alle Lösungen anzugeben:

1) $\frac{20x+2}{6x+6} - 1 = \frac{6x-4}{2x+2}$

2) $2 \cdot \sin 2x = \tan x$

3) $\sqrt{3+x} - \sqrt{3-x} = 2$

4) $\frac{1}{x+1} + \frac{2}{x+2} = 3\,\frac{x-3}{x^2-9}$

5) $\sqrt{14+x} + \sqrt{11+x} = \frac{6}{\sqrt{14+x}}$

6) $15^{\,3x-7} = \sqrt[3]{225^{\,2x+5}}$

7) $\sqrt{x-\sqrt{8x}} = \sqrt{6}$

8) $\frac{3x}{\frac{x}{3}+\frac{3}{x}} = 8$

9) $\frac{x+5}{x-7} - \frac{x-7}{x+5} = \frac{3}{2}$

10) $625^{\frac{12x+7}{x}} = \left(\frac{1}{5}\right)^{\frac{4}{x}}$

11) $64^{\,x^2-2} = \frac{1}{4} \cdot 4^{3x+1}$

12) $\frac{\sqrt{x+5}+\sqrt{x-5}}{\sqrt{x+5}-\sqrt{x-5}} = 5$

13) $7 \cdot \sqrt{9^x} = 3^{7x-8} + 4 \cdot 3^x$

14) $1000^x - 2 \cdot 100^x = 3 \cdot 10^x$

15) $\sqrt{x\sqrt{x}-x} + \sqrt{x} = x$

16) $\sqrt{8x \cdot \sqrt[3]{8x}} - \sqrt{x \cdot \sqrt[3]{x}} = \frac{27}{4}$

Teil 2

Aufgabe 17 Der Umfang eines Rechtecks beträgt 38 cm. Das Quadrat über der Diagonalen hat einen Flächeninhalt von 205 cm^2.
Berechnen Sie die Länge und Breite des Rechtecks!

Aufgabe 18 Ein leeres Schwimmbecken kann durch eine Zuleitung in 20 Stunden gefüllt werden. Dasselbe Schwimmbecken kann durch den Abfluss in 28 Stunden vollständig entleert werden.
Zu Beginn der Badesaison ist das Becken leer. Der Bademeister dreht die Zuleitung auf, vergisst aber, den Abfluss zu schließen.
Wie viele Stunden dauert es, bis das Becken trotzdem voll ist?

Aufgabe 19 Um jeden Eckpunkt eines Quadrates wird ein Kreis gezeichnet, dessen Radius so groß ist wie die halbe Diagonale des Quadrates.
Die vier Kreise haben mit den vier Quadratseiten insgesamt **acht** Schnittpunkte.
Zeigen Sie, dass diese acht Punkte die Eckpunkte eines **regelmäßigen Achtecks** sind**.**

Aufgabe 20 Ein Quader mit einer Oberfläche von 8800 cm² hat eine Raumdiagonale der Länge 90 cm.
Wie lang sind die 12 Kanten des Quaders zusammen?

Aufgabe 21 Ein Quader hat als Grundfläche ein Rechteck mit den Seiten $a = 26$ und $b = 24$.
Wie muss die Höhe h des Quaders gewählt werden, wenn zwei Raumdiagonalen des Quaders senkrecht aufeinander stehen sollen?
Berechnen Sie zwei mögliche Werte für h !

Aufgabe 22 Ein Quader hat Kanten der Länge 3 m, 4 m und 12 m.
Von den vier Raumdiagonalen des Quaders werden zwei ausgewählt und ihr Schnittwinkel berechnet.
Welche Ergebnisse sind dabei möglich?

Aufgabe 23 Ein Dreieck hat zwei gleich große Seiten der Länge $s = 17\ cm$
und den Flächeninhalt $120\ cm^2$.
Berechnen Sie zwei mögliche Werte für die Länge der dritten Seite!

Aufgabe 24 Gegeben ist ein Holzmodell in Form eines Kegels mit der Höhe $h = 20\ cm$. Der Kegel soll durch einen Schnitt parallel zur Grundfläche in zwei volumengleiche Teile zersägt werden.
In welcher Höhe über der Grundfläche muss der Schnitt ausgeführt werden?

Aufgabe 25 a) Um wie viel Prozent ändert sich der Flächeninhalt eines rechtwinkligen Dreiecks, wenn man eine Kathete um 20 % verkürzt und die andere um 20 % verlängert?

b) Eine Gurke besteht zu 90 % aus Wasser und wiegt 500 g.
Nach einigen Tagen in der Küche ist ein Teil des Wassers verdunstet, und die Gurke besteht nur noch zu 80 % aus Wasser. Wie schwer ist sie dann?

Quellen:

Aufgaben **1) - 14)**, **16):** selbst; ähnliche Aufgaben findet man z.B. in
Kusch, Mathematik für Schule und Beruf, Cornelsen-Verlag
15) Franz Lemmermeyer, Mathematik à la Carte - Quadratische Gleichungen mit Schnitten von Kegeln, Springer Spektrum 2016, S. 80, Aufg. 3.68
17), 23): aus älteren Schulbüchern
18) erschien vor einigen Jahren in der FAZ als Quiz- Aufgabe
19) bekannte Achtecks-Konstruktion, als Aufgabe formuliert
20) aus einem Mathematikwettbewerb für die achte Klasse
21) leichte Abwandlung einer Aufgabe aus dem Thüringer Mathematik-Abitur 2007, LK, Teil C
22) selbst (bekannte Aufgabenstellung); nachträglich auch auf OnlineMathe diskutiert
24) selbst (bekannte Aufgabenstellung)
25 a) [COSH] COSH-Mindestanforderungskatalog, Version 2.0 vom 30. Mai 2014, S. 13, Aufg. 34
25 b) Variation einer beliebten Test- und Denksport-Aufgabe; eine Variante ist bei Wikipedia zu finden unter „Kartoffelparadoxon“ oder „Melonenparadoxon“