

Überblick Gesetze und Definitionen bei der Potenzrechnung

Grundlegende Zusammenhänge			
Der Exponent Null		Der Exponent 1	Der rationale Exponenten $\frac{1}{n}$
$a^0 = 1$	$0^0 = 1$	$a^1 = a$	$a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$
Potenzen mit gleichen Exponenten			
Addition und Subtraktion $u \cdot a^n \pm v \cdot a^n = (u \pm v) \cdot a^n$		Multiplikation und Division $a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$ $\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$	
Potenzen mit negativen Exponenten			
$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$	$\frac{1}{a^{-n}} = a^n$	$a^{-\frac{1}{n}} = \frac{1}{a^{\frac{1}{n}}} = \frac{1}{\sqrt[n]{a}}$	
Multiplikation und Division von Potenzen mit gleicher Basis			
$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$		$\frac{a^m}{a^n} = a^m \cdot a^{-n} = a^{m-n} = \frac{1}{a^{n-m}}$	
Potenzieren von Potenzen			
ganzzahlige Exponenten $(a^m)^n = (a^n)^m = a^{nm}$	rationale Exponenten $\sqrt[n]{a^m} = a^{m \cdot \frac{1}{n}} = a^{\frac{m}{n}} = a^{\frac{1}{n} \cdot m} = (\sqrt[n]{a})^m$	potenzierte Exponenten $a^{m^n} = a^{(m^n)} \neq (a^m)^n$	

Vermischte Übungen zu den Potenzgesetzen

Umformung von Termen mit Potenzen

- a) Anwendung der Potenzgesetze bei der Rechnung mit Einheiten. Ermitteln Sie die Lösungen bzw. begründen Sie, warum es keine Lösung gibt.

(1) $8m^2 + 7m^2 =$ _____

(2) $5cm^2 + 3m^2 =$ _____

(3) $7m^2 + 2m^3 =$ _____

(4) $6cm \cdot 3m^2 =$ _____

(5) $(12\text{ m})^2 =$ _____

- b) Teilweises bzw. partielles Wurzelziehen bei Potenzen mit Zahlen. Verdeutlichen Sie sich die vollständige Umformung bei (1) und geben Sie bei (2) die vollständige Umformung analog zu (1) an.

(1) $\sqrt{8x} = 2\sqrt{2x}$ Potenzgesetze: $\sqrt[n]{a} = \sqrt{a} = a^{\frac{1}{2}}$ und $a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$

Vollständige Umformung:

$$\sqrt{8x} = (8x)^{\frac{1}{2}} = (4 \cdot 2x)^{\frac{1}{2}} = 4^{\frac{1}{2}} \cdot (2x)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{4} \sqrt{2x} = 2\sqrt{2x}$$

(2) $\sqrt{75x^3} = 5x\sqrt{3x}$ Vollständige Umformung: _____

(3) $\sqrt{x^2 + y^2} \neq x + y$

Aus einer **Summe** oder **Differenz** kann man **keine** partielle Wurzel ziehen. Verdeutlichen Sie sich das am folgenden Zahlenbeispiel:

richtig: $\sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5$

falsch: $\sqrt{9+16} \neq 3+4 = 7$

- c) Notieren Sie jeweils die verwendeten Potenzgesetze, bzw. erläutern Sie die erfolgten Termumformungen in Stichworten.

(1) $\frac{\sqrt{18x^3}}{\sqrt{2x}} = \sqrt{\frac{18x^3}{2x}} = \sqrt{9x^2} = 3x$ Potenzgesetz: _____
 Umformungen: _____

(2) $t^4 \cdot t^3 = t^7$ Potenzgesetz: _____

(3) $z^{1+3a} = z \cdot z^{3a}$ Potenzgesetz: _____

(4) $u^{2v-1} = u^{2v} \cdot u^{-1} = \frac{u^{2v}}{u}$ Potenzgesetz: _____
 Potenzgesetz: _____