

Computeralgebra

Wiederholung

0.

a)

Erklären Sie den Unterschied zwischen einer direkten und einer verzögerten Zuweisung bei der Definition einer Funktion.

b)

Warum muss eine Funktion $f(x)$ mit $f[x_]$ definiert werden (also welche Rolle spielt der Unterstrich)?

c)

Erläutern Sie die Datenstruktur von $ls = \{ \{a,b\}, \{x \rightarrow 1\}, \{ \{1,2\}, \{3,4\}, \{5\} \} \}$. Greifen Sie auf den Buchstaben b zu. Greifen Sie auf die Zahl 4 zu.

d)

Sie möchten die Nullstelle einer Funktion ermitteln. Welche Lösungsmöglichkeiten und welche möglichen Komplikationen gibt es?

Bitte benutzen Sie im Folgenden nur „richtige“ Mathematica-Befehle, keine Symbole von der Palette!

1.

a) Bestimmen Sie den Strom $I(t)$, wenn die Ladung gegeben ist durch die Funktion

$$Q(t) = 3 e^{-5t} \cos(4t).$$

b) Bestimmen Sie die Ladung $Q(t)$, wenn der Strom gegeben ist durch $I(t) = 2 e^{-2t} \sin(4t)$.

$$\text{Es soll } Q(0) = 2 \text{ sein.}$$

2.

Lösen Sie mit Hilfe möglichst vieler Methoden:

a) $2x + y = 0$; $3x - y = 2$

b) $x - 4y = 2$; $-3x + 12y = -6$

c) $x - 4y = 2$; $-3x + 12y = -5$

Die Lösung soll abgespeichert werden (ohne Copy&Paste).

Hinweis: benötigte Matrizen können Sie „von Hand“ erstellen.

3.

Gegeben ist die Matrix $A = \begin{pmatrix} 1 & t \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$.

a) Bestimmen Sie t so, dass die Determinante von A Null wird.

b) Setzen Sie $t=2$ und bestimmen Sie anschließend die Eigenwerte und Eigenvektoren.

Tipp: Befehl Eigensystem.

Normieren Sie die Eigenvektoren auf Eins. Überprüfen Sie, ob diese Einheitsvektoren orthogonal sind.

4.

- a) Finden Sie für $x > 0$ die Schnittpunkte der Funktionen $f(x) = 3 \sin(x)$ und $g(x) = e^{x-1}$.
Die Lösung soll abgespeichert werden (ohne Copy&Paste).
- b) Finden Sie alle Schnittpunkte der vorstehenden Funktionen.
- c) Bestimmen Sie alle Lösungen der Gleichung $2 \cos(x) - 3 \sin(x) = 0$.

5. [ADI 16]

Die Berechnung der Bogenlänge einer durch $y = f(x)$, $a \leq x \leq b$, beschriebenen Kurve erfordert die Integration von $\sqrt{1 + [f'(x)]^2}$. Diese Integrale sind im allgemeinen nicht analytisch lösbar.

Bestimmen Sie die Länge der Kurve, die durch den Graphen von $f(x) = x^3$, $0 \leq x \leq 1/2$, gegeben ist.

- a) Vergleichen Sie das Ergebnis einer (scheinbar) exakten Integration mit einer numerischen Integration. Experimentieren Sie mit der Genauigkeit.
- b) Bestimmen Sie eine Näherungslösung durch eine geeignete Taylorentwicklung des Integranden. Experimentieren Sie mit der Genauigkeit.