FH FFM / FB 2
Prof. Dr. D. Hackenbracht

Computeralgebra
Übung 1

1. [einf_1] Bestimmen Sie die Nullstellen und die Extremwerte der folgenden Funktionen:

   a) $f(x) = x^4 + 2\,x^3 - x - 1$ b) $f(x) = x^4 + 2\,x^3 - x + 1$ c) $f(x) = e^{-0.1\,x} \sin(x)$

2. [einf_2] Bestimmen Sie den Schnittpunkt der Funktionen $f(x) = \ln(x+1)$ und $g(x) = e^{-(x+1)}$;
   ln(...) ist der natürliche Logarithmus.

3. [einf_3] Bestimmen Sie die Fläche zwischen den Graphen der Funktionen $f(x) = \sqrt{x+1}$
   und $g(x) = x$ für $0 \le x \le 3$.

4. [einf_4]

a) Lösen Sie das lineare Gleichungssystem:

$$\begin{aligned} x - 2y + z &= 2 \\ 2x + 3y - 4z &= 0 \\ -x - y + 2z &= 1 \end{aligned}$$

b) Lösen Sie das nichtlineare Gleichungssystem:

$$\begin{aligned} x - 2\,y\,z &= 2 \\ 2x\,y - 4\,y\,z &= 0 \\ -x - y + 2z &= 1 \end{aligned}$$

5. [einf_5] Gegeben ist die Beschleunigung einer eindimensionalen Bewegung:
   $a(t) = 3 \sin(5\,t)$. Bestimmen Sie die Geschwindigkeit $v(t)$ und den Ort $x(t)$ des Körpers, wobei $v(0) = 1$ und $x(0) = 0$ sein sollen .

6. [einf_6] Lösen Sie die Ungleichung $3\,x > \sqrt{x^2 + 20}$.

7. [einf_7/V6a]

   a) Zerlegen Sie den Vektor $\underline{c} = (2, 3)$ so in zwei Komponenten, daß die eine Komponente kollinear zu $\underline{a} = (1, 2)$ und die andere kollinear zu $\underline{b} = (3, 1)$ ist.

   b) Untersuchen Sie, ob sich der Vektor $\underline{c} = (-2, 4, 1)$ so in zwei Komponenten zerlegen läßt, daß die eine Komponente kollinear zu $\underline{a} = (0, 2, 1)$ und die andere kollinear zu $\underline{b} = (2, 1, 0)$ ist.

   Hinweis: $\underline{x}$ ist kollinear zu $\underline{y}$, wenn $\underline{x} = \lambda\,\underline{y}$.

<u>HINWEISE, AUCH FÜR DIE FOLGENDEN ÜBUNGEN:</u>

a) Lösen Sie zu Hause die Aufgaben so weit wie möglich analytisch.

b) Überlegen Sie sich, wie man die Aufgaben mit MATHEMATICA lösen kann.

c) In der Übungsstunde können wir bei Bedarf gemeinsam den Lösungsweg skizzieren
   und Sie führen die Rechnungen mit Mathematica durch.

FH FFM / FB 2
Prof. Dr. D. Hackenbracht

Computeralgebra

Übung 1A (**als Ergänzung zu Ü1**)

1. [einf_8/ GU5] Für die Umlaufbahn der Erde um die Sonne findet man die folgenden Angaben: mittlerer Radius R = 149,5 * 10^6 km , numerische Exzentrizität $\varepsilon = 0{,}017$.

   Es gilt: R = (a + b) / 2 , $\varepsilon = \sqrt{a^2 - b^2}$ / a , wobei a und b die Halbachsen der elliptischen Bahn sind (a > b) .

   Bestimmen Sie die numerischen Werte für a und b .

   Hinweis: Benutzen Sie die konkreten Werte erst am Ende der Rechnung, und dann auch am besten innerhalb von Regeln. Dann kann man am einfachsten auch die Werte anderer Planeten eingeben, z.B. für Pluto: R = 5906 * 10^6 km, $\varepsilon = 0{,}25$.

2. [einf_9/I13b] Ein Kondensator (mit der Kapazität C) entlädt sich über einen Widerstand R.

   Für den Strom in dieser RC- Schaltung gilt: $I(t) = \frac{Q_0}{k} e^{-t/k}$. k = R ·C . Es sei

   C = 1 μF (mikroFarad) , $Q_0 = 2.2 \cdot 10^{-4}$ As (Ampere-Sekunden) ist die anfängliche Ladung auf dem Kondensator, also zur Zeit t = 0.

   a) Es sei R = 100 Ω (Ohm) Welcher Ladungsausgleich geschieht in den ersten zwei Millisekunden (nach t = 0) ?

   b) Wie muss man R wählen, damit innerhalb einer Hundertstelsekunde (nach t = 0) die Ladung Q_0 /2 transportiert wird ?

   Experimentieren Sie mit den Zahlenwerten („Parameterstudie").

   Hinweis: Bezeichnen Sie den Strom mit i , das große I ist in Mathematica die imaginäre Einheit. Analog c für die Kapazität.

3. [einf_10 / AD6 / I16] Sei g(x) = $e^{x/a}$ und g(x) = f '(x). Bestimmen Sie a so, dass

   $$\int_0^1 f(x)dx = 1 \quad \text{und} \quad f(0) = 0 .$$

4. [einf_11]
   Sei f(x) = x^3 – x . Schneidet die Tangente des Maximums den Graphen an einer anderen Stelle?