FH FFM / FB 2
Prof. Dr. D. Hackenbracht

Computeralgebra

Übung 2 A

Vertiefung: Rechnen mit Matrizen (Matrizen-Algebra)

Hinweis: in der Mathematik lässt man den Punkt im Matrixprodukt meist weg. In Mathematica müssen Sie als Operatorsymbol den „normalen" Punkt (**.**) nehmen. Der Punkt muss auch beim Skalarprodukt zweier Vektoren benutzt werden.
Achtung: die Grossbuchstaben C, D, E, I sind reservierte Symbole !

<u>Optional:</u>

1. [mat_4] Definieren Sie zwei konkrete 2 x 2 – Matrizen und führen Sie die erlaubten algebraischen Operationen durch, s. notebook **mat3_algebra.nb** .

2. [mat_5] Zeigen Sie für (allgemein definierte) 2x2 - Matrizen:

a) für die **Inverse** des Produktes gilt: $(A\,B)^{-1} = B^{-1}\,A^{-1}$

b) für die **Transponierte** des Produktes gilt: $(A\,B)^{t} = B^{t}\,A^{t}$

c) für die **Determinante** gilt: $\det(A\,B) = \det(A)\,\det(B)$,

insbesondere: $\det(A^{-1}) = 1/\det(A)$

3. [mat_6] Das Matrix-Produkt ist assoziativ, es gilt also $A\,(B\,C) = (A\,B)\,C$. Die Produkte müssen natürlich definiert sein. C kann auch ein passender Vektor sein. Probieren Sie das aus.

<u>Pflicht:</u>

4. [mat_7]

a) Gegeben sind die beiden Matrizen $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$ und $B = \begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.

Bestimmen Sie α und β so, dass $A\,B = B\,A$. Machen Sie die Probe!

b) Gegeben sind die beiden Matrizen $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$ und $B = \begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \delta \end{pmatrix}$.

Bestimmen Sie die Elemente von B so, dass $A\,B = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$. Probe!

5. [mat_8]

a) Sei $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} a & 2 \\ 2 & b \end{pmatrix}$. Bestimmen Sie a und b so, dass für den Vektor $\vec{x} = (1\,,5)$

gilt: $\mathbf{A}\,\vec{x} = 2\,\vec{x}$. $\vec{x}$ heißt dann **Eigenvektor** von **A** zum **Eigenwert** $\lambda = 2$.

b) Bestimmen Sie danach <u>alle</u> Eigenwerte und Eigenvektoren von **A** mit den Befehlen Eigenvalues[A], Eigenvectors[A] und zum Vergleich mit Eigensystem[A].

Normieren Sie die Eigenvektoren $\vec{\boldsymbol{x}}_{\mathbf{i}}$ auf Eins; Tipp: Division durch den Betrag des Vektors, gegeben durch den Befehl Norm[…].
Stehen die Eigenvektoren **senkrecht** aufeinander (Tipp: Skalarprodukt) ?