

Computeralgebra 2
Wiederholungs-Übung

Datenanalyse

1.

Schauen Sie sich noch einmal die Aufgabe *cas2_fit1* in der Übung *Fit_1* an.
Rechnen Sie zusätzlich weitere Modelle durch:

a)

die Modellfunktion soll jetzt sein $y = y(x) = a x^2 + c$ beschrieben wird („Modell 3“).
Bestimmen Sie die optimalen Parameter für Modell 3 auch „von Hand“, also aus der Minimalforderung für die Summe der quadrierten Abweichungen. Tipp: partielle Ableitungen bildet man über den Befehl **D**.

b)

die Modellfunktion soll eine Gerade sein („Modell 4“). Zeigen Sie für die Ausgleichsgerade, dass sie durch den Schwerpunkt des Punkteschwarms, also (\bar{x}, \bar{y}) geht.

c)

Welchen der insgesamt vier Ansätze sollte man bevorzugen?

1A)

Kopieren Sie die Datensätze *data3a* und *data3b* aus dem notebook **ü w testdaten** in Ihr notebook. Führen Sie Regressionen durch

- mit dem Ansatz $a e^{bx} + c e^{dx}$
- mit dem Ansatz $a e^{bx} + c$
- mit einem Polynom 4. Grades .

Bewerten Sie die Ansätze.

Differentialgleichungen

2.

Lösen Sie das folgende System gekoppelter Dgl ($x = x(t)$, $y = y(t)$):

$$\dot{x} + 3x = a \cdot y, \quad \dot{y} + 2y = a \cdot x; \quad x(0) = 1, \quad y(0) = 2.$$

Bestimmen Sie dann den Parameter a so, dass $x(1) = 0.5$.

3.

Es gelte für ein System: $\ddot{x} + x = \sin(3t)$ für $0 < t < 10$; $x(0) = 0$, $\dot{x}(0) = 0$.

Für $t \geq 10$ ändern sich die Verhältnisse: es gilt jetzt $\ddot{x} + x = 0$.

Bestimmen Sie die Lösung für alle t und lassen sie sich die Lösung für $0 < t < 20$ in **einem** Bild zeichnen.

3A)

Lösen Sie die DGL $u''(x) + y(x) u(x) = 0$, $u(0)=1$, $u'(0) = 0$. $y(x)$ ist aber nur aus einem Experiment bekannt und liegt als Datensatz *data3b* vor.

Mehrdimensionale Analysis

4. Bestimmen Sie die kritischen Punkte der Funktion $f(x, y) = x^2 - y^2$.
Bestimmen Sie auch den jeweiligen Typ: untersuchen Sie dazu sowohl die Hesse-Matrix als auch geeignete graphische Darstellungen der Funktion.

5. Bestimmen Sie mit Hilfe eines Mehrfach-Integrals

a) das Volumen einer Kugel mit Radius 5

b) deren Masse, wenn die Dichte gegeben ist durch $\rho(r) = 3 e^{-2r}$; r ist der Abstand zum Ursprung = Mittelpunkt.

Tipp: Benutzen Sie Kugelkoordinaten. Das Volumenelement in Kugelkoordinaten ist gegeben durch $r^2 \sin(\vartheta) dr d\vartheta d\varphi$. Probieren Sie es dann zum Vergleich auch in kartesischen Koordinaten.