FH FFM / FB 2
Prof. Dr. D. Hackenbracht

Computeralgebra 2
Übung dgl_1A

Wir untersuchen das **Fadenpendel**, auch mathematisches Pendel genannt.
Seine Bewegungsgleichung lautet:

$m\,l\,\ddot{\varphi} \;+ m\,g\;\sin(\varphi) = F(t)\,.$ **(2)**

Die Parameter sind: die Masse m und die Länge ***l*** ; g ist die Erdbeschleunigung.
Der Winkel φ beschreibt die Auslenkung von der senkrechten Position (Pendel hängt nach unten). Dieser Winkel hängt von der Zeit t ab. F(t) kann als zusätzliche äussere Anregung aufgefasst werden. Die obige **DGL ist nichtlinear**.

Üblicherweise untersucht man dieses Pendel in der linearen oder harmonischen Näherung:
Für kleine Winkel [Bogenmaß!!!]gilt ja $\sin(\varphi) \approx \varphi$ (deswegen lineare N.) und damit erhält man die **lineare DGL** für einen **harmonischen Oszillator** (deswegen harmonische N.):

$m\,l\,\ddot{\varphi} \;+ m\,g\;\varphi = F(t)\,.$ **(1)**

bzw.

$\ddot{\varphi} \;+ \omega_0^2\,\varphi = f(t),\; mit\;\; \omega_0 \;= \sqrt{\frac{g}{l}}\;\; und\;\; f(t) = \frac{F}{m*l}\,;\;\; \omega_0\, ist\; die\; Eigenfrequenz.$

Jeder *ungedämpfte* harmonische Oszillator genügt dieser DGL.

1. [nonlin_dgl1]

Wir untersuchen die Diff.gleichungen (1) und (2) jetzt mit Mathematica. Nennen Sie die Winkelvariable der Einfachheit halber x(t) . Benutzen Sie für die Lösung DSolve **und** NDSolve. Es kann natürlich sein, dass DSolve kein Ergebnis bringt. Um die Zahlenwerte einfach zu halten, setzen wir zahlenmäßig ***l*** = g = 9.81 sowie m = 1.

A) Lösen Sie die DGL (1) und (2) mit F(t) ≡ 0, jeweils für die Anfangsbedingungen: $\varphi(0) = 1,\; \dot{\varphi}(0) = 0.$

B) Das Pendel wird von **aussen angeregt**; untersuchen Sie für (1) und (2) die Fälle f(t) = 3 sin(2t) bzw. f(t) = 3 sin(t). Die Anfangsbedingungen sind $\varphi(0) = 0,\; \dot{\varphi}(0) = 0.$ $(Ruhelage)$. Das Ergebnis ist jeweils eine **erzwungene Schwingung**.

C) Wir untersuchen eine sog. **parametrische Anregung**: die Pendellänge soll zeitabhängig sein, und zwar $l(t) = \;9.81\;(1\;+\;0.1\,\sin(2\,t))$. Lösen Sie die DGL (1) und (2) mit diesem $l(t)$ sowie F(t) ≡ 0, jeweils für die Anfangsbedingungen: $\varphi(0) = 1, \dot{\varphi}(0) = 0.$