FH FFM / FB 2
Prof. Dr. D. Hackenbracht

Computeralgebra 2
Übung dgl_2

Lebensdauer von Bauteilen

1. [dgl5/DGL2_1]
Der radioaktive Zerfall gehorcht der DGL $\dot{n} = -\lambda\, n$: $n = n(t)$ ist die Zahl der Atomkerne zur Zeit t, λ die positive Zerfallskonstante. Radioaktive Abfälle werden in Behältern aus rostfreiem Stahl oder Beton eingelagert. Nach Meinung von Experten sollen diese Behälter intakt bleiben, bis 99.99% des Materials zerfallen ist. Welche Lebensdauer muss ein Behälter aufweisen, wenn Pu-239 mit einer Halbwertszeit von 24360 Jahren eingelagert wird ?

<u>Hinweis:</u> benutzen Sie bei Solve als dritten Parameter „Reals", wenn das Ergebnis den Begriff „ConditionalExpression" enthält

Chemische Reaktionskinetik

2. [dgl9/DGL2_14]

A, B seien die Reaktionspartner, X das Reaktionsprodukt der chemischen Reaktion
A + B -> X .
a_0 und b_0 seien die Anfangskonzentrationen von A und B. Für die Reaktionsgeschwindigkeit soll gelten ($x = x(t)$ bezeichnet die momentane Konzentration von X) :

$\dot{x} = k\,(a_0 - x)\,(b_0 - x)$.

a) Lösen Sie die DGL mit der Anfangsbedingung $x(0) = x_0 = 0$. Setzen Sie <u>in der Lösung</u> dann $a_0 = 0.0098$, $b_0 = 0.00486$ (beides in Mol/l) sowie $k = 0.105$
Diese Angaben beziehen sich auf die Hydrolyse eines Esters (B) durch die starke Base NaOH (A); aus: Christen, Grundlagen der allgemeinen und anorganischen Chemie.

Lassen Sie sich neben der Lösung x(t) auch a(t) und b(t) zeichnen.

b) Lösen Sie den (fiktiven) Spezialfall $a_0 = b_0 = 0.005$ (k und x_0 wie oben).

c) Wir bleiben bei dem Spezialfall. Zur Zeit $t_1 = 1000$ ändere sich die Reaktionsgeschwindigkeit: $\dot{x} = q\,(a_0 - x)\,(b_0 - x)$. $q = 1$ ist die neue Konstante.

Wie verändert sich die Konzentration von X jetzt **weiter** (sie hat ja einen gewissen Stand bereits erreicht)? Lassen Sie die **gesamte** Lösung für $t > 0$ plotten.

Tipp zum Plot: Sei $x_1(t)$ die Lösung für $0 < t < t_1$ und $x_2(t)$ die Lösung für $t > t_1$.
Die Gesamtlösung kann man dann mit Hilfe der Einheitssprungfunktion H(t) zusammensetzen: $x(t) = x_1(t)\,(1 - H(t-t_1)) + x_2(t)\,H(t-t_1)$.
H(t) wird auch Heaviside-Funktion genannt; es gilt: $H(t) = 0$ für $t < 0$, $H(t) = 1$ für $t > 0$.
In Mathematica ist H(t) als **UnitStep[t]** implementiert.
Alternative:
Einzelbilder speichern und dann Show[...] mit der Option PlotRange->All .