Prof. Dr. Dieter Hackenbracht FH FFM / FB 2

Klausur zur **Mathematik 2**
Wintersemester 2008/09 16.7.2009

Dauer: 90 Minuten **- A -**

<u>Name</u>, Vorname: Matrikelnr:

Studiengang: **Platznr:**

Erreichte Punktzahl: / / / / Summe:

Note:

In dieser Klausur können Sie 50 Punkte erreichen. Für den Schein sind 25 erforderlich. Viel Erfolg!

Achtung: Bearbeiten Sie entweder die Aufgabe 1 oder die Aufgabe 6.

Hilfsmittel: Formelsammlung, 2 selbst beschriebene Blätter, Taschenrechner

Bitte aufmerksam lesen:

SIE MÜSSEN AUF JEDEN FALL DAS AUFGABENBLATT WIEDER ABGEBEN.
BITTE JEDE AUFGABE AUF EINEM NEUEN BLATT BEGINNEN !!
SCHREIBEN SIE AUF JEDES BLATT IHREN NAMEN.

Nummerieren Sie die Blätter.
Unbedingt LESBAR schreiben. Die Herleitung der Lösung muss erkennbar sein: so darf z.B. der Taschenrechner nur zur Ermittlung der numerischen Werte dienen, die entsprechende Formel muss auf dem Lösungsblatt stehen.
Bitte weder Bleistift noch Rotstift verwenden.

Tipp:
Für exakte Ausdrücke, wie z.B. $\sqrt{3}$, erst am Ende der Rechnung einen numerischen Wert einsetzen, falls erforderlich.

Bitte ausfüllen:

Mit meiner Unterschrift erkläre ich, dass ich diese Klausurarbeit selbständig verfasst und nur die zugelassenen Hilfsmittel verwendet habe.

Ich habe __________ Blätter abgegeben.

____
(Unterschrift)

*1. **(10 Punkte)** **- A -**

a) Gegeben sind die Matrizen $\mathbf{Y} = \begin{pmatrix} -4 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ und $\mathbf{Z} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$.

Berechnen Sie **Y Z - Z Y** .

b) Es sei $\mathbf{Z}\,\vec{x} = \vec{b}$. Bestimmen Sie $\vec{x}$, wenn $\vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$ gegeben ist.

c) Für ein lineares Gleichungssystem $\mathbf{A}\,\vec{x} = \vec{c}$ mit den Unbekannten $\vec{x} = (x, y, z)$ wurde das erweiterte Schema $(\mathbf{A} \mid \vec{c})$ aufgestellt und die Koeffizientenmatrix **A** durch Umformungen bereits in die obere Dreiecksform gebracht:

$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right)$. Wie sieht die Lösung aus?

2. **(10 Punkte)**

a) Es sei $g(t) = \alpha\, t\, e^{2t}$. Bestimmen Sie α so, dass $\int_0^1 g(t)dt = 3$.

b) In einer Formelsammlung ist die folgende Funktion tabelliert: $C(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x \frac{\cos(u)}{\sqrt{u}} du$.

Wie kann man diese Funktion zur Berechnung des Integrals $\int_0^2 \cos(z^2)dz$ nutzen?

3. **(10 Punkte)**

a) Berechnen Sie das Taylorpolynom 3. Grades, also $p_3(x)$, für die Funktion $f(x) = e^{2x}$ um x_0 = **1/2**. Bestimmen Sie die relative Abweichung bei $x_1 = 1$, also $| f(x_1) - p_3(x_1) | \,/\, | f(x_1) |$.

b) Ermitteln Sie möglichst einfach das Taylorpolynom **10.** Grades von $1 - \cos(x^2)$ um $x_0 = 0$.

4. **(10 Punkte)**

Für ein periodisches Signal gelte im Grundintervall $-1 < t \le 1$ (darüber hinaus ist die Funktion periodisch fortgesetzt) :

$$f(t) = \begin{cases} -4 & \text{für } -1 < t < 0 \\ 4 & \text{für } 0 \le t \le 1 \end{cases}$$

a) Zeichnen Sie die Funktion über zwei Perioden (mit Zahlenangaben an den Achsen).

b) Welchen Wert hat der konstante Term der Fourier-Reihe dieser Funktion? Berechnen Sie diejenigen Terme der Fourier-Reihe, die zur 2. Oberschwingung gehören (also zur Schwingung mit der **dreifachen** Grundfrequenz).

5. **(10 Punkte)**

a) Berechnen Sie das folgende Doppelintegral: $\int_0^1 \int_0^x (3x + 2y)dy\, dx$.

b) Zeichnen Sie den Integrationsbereich. Wie lautet die Darstellung des obigen Integrals, wenn die Integrationsreihenfolge vertauscht wird?

c) Wird durch das Integral das Volumen eines Körpers berechnet? Dazu muss der Integrand im Integrationsgebiet positiv sein. Überprüfen Sie das.

*6. **(10 Punkte)**

a) Es sei $f(x, y) = x^3 + y + \sin(x\, y)$. Bestimmen Sie das vollständige Differential dieser Funktion, erst allgemein und dann konkret im Punkt $P = (2, \pi)$ mit $\Delta x = -0.1$ und $\Delta y = 0.3$. Geben Sie in P auch die Richtung des stärksten Anstiegs der Funktion an.

b) Es sei $f(x, y) = x^2 y + 8x - y^2$. Bestimmen Sie die kritischen Punkte dieser Funktion, auch den Typ !

***) entweder Aufgabe 1 oder Aufgabe 6**