Prof. Dr. Dieter Hackenbracht FH FFM / FB 2

Klausur zur **Mathematik 2**
Sommersemester 2006 13.7.06

Dauer: 90 Minuten

Name, Vorname: Matrikelnr:

Studiengang:

Erreichte Punktzahl: / / / / Summe:

Note:

In dieser Klausur können Sie 50 Punkte erreichen.

Hilfsmittel : Formelsammlung, 2 selbst beschriebene Blätter, Taschenrechner

Bitte aufmerksam lesen:

SIE MÜSSEN AUF JEDEN FALL DAS AUFGABENBLATT WIEDER ABGEBEN.
BITTE JEDE AUFGABE AUF EINEM NEUEN BLATT BEGINNEN !!
SCHREIBEN SIE AUF JEDES BLATT IHREN NAMEN.

Nummerieren Sie die Blätter.
Unbedingt LESBAR schreiben. Die Herleitung der Lösung muss erkennbar sein:
so darf z.B. der Taschenrechner nur zur Ermittlung der numerischen Werte dienen,
die entsprechende Formel muss auf dem Lösungsblatt stehen.
Bitte weder Bleistift noch Rotstift verwenden.

Tipp:
Für exakte Ausdrücke, wie z.B. $\sqrt{3}$, erst am Ende der Rechnung einen numerischen Wert einsetzen, falls erforderlich.

Bitte ausfüllen:

Mit meiner Unterschrift erkläre ich, dass ich zu dieser Klausur zugelassen bin und dass ich diese Klausurarbeit selbständig verfasst und nur die zugelassenen Hilfsmittel verwendet habe.

Ich habe __________ Blätter abgegeben.

____
(Unterschrift)

1. **(11 Punkte)**

a) Bestimmen Sie die Fläche **<u>zwischen</u>** den Graphen von $f(x) = x$ und $g(x) = x^3$ für $0 \le x \le 2$.

b) Es sei $u(t) = \dot{v}(t) = 4 \sin(2t) + \alpha t$. $\dot{v}(t)$ ist die Ableitung von $v(t)$.
Bestimmen Sie $v(t)$ und α , wenn $v(0) = 1$ und $v(\pi/2) = 2$.

2. **(11 Punkte)**

Zwischen den zweikomponentigen Vektoren $\vec{a}$, $\vec{b}$ und $\vec{c}$ bestehen die Beziehungen

$\vec{a} = \mathrm{Y}\,\vec{b}$ und $\vec{c} = \mathrm{Z}\,\vec{b}$. Es sei $\mathrm{Y} = \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ und $\mathrm{Z} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$.

a) Berechnen Sie das Produkt $\mathrm{Y}\,\mathrm{Z}$.

b) Bestimmen Sie $\vec{c}$, wenn $\vec{b} = (3, -1)$.

c) Bestimmen Sie die Matrix X in der Beziehung: $\vec{c} = \mathrm{X}\,\vec{a}$.

3. (10 Punkte)

a) Linearisieren Sie die Funktion $f(x) = x^2 - e^{-x}$ um $x_0 = 1/2$, d.h. ermitteln Sie das Taylorpolynom <u>ersten</u> Grades um $\mathbf{x_0 = 1/2}$.

b) Bestimmen Sie das Taylorpolynom <u>achten</u> Grades von $g(x) = \cos(x^2)$ um $x_0 = 0$.
Tipp: Sie können auf die Taylorentwicklung in der Formelsammlung zurückgreifen.

4. **(12 Punkte)**

Für ein periodisches Signal gilt im Grundintervall $-\pi \le t \le \pi$:

$$f(t) = \begin{cases} t^2 & \text{für } 0 \le t \le \pi \\ 0 & \text{für } -\pi < t < 0 \end{cases} .$$

Darüber hinaus ist die Funktion periodisch fortgesetzt.
Zeichnen Sie die Funktion über zwei Perioden (mit Zahlenangaben an den Achsen).
<u>Berechnen</u> Sie die Fourier-Komponenten, die zur dreifachen Grundfrequenz gehören.
Man kann die beiden Komponenten zu einem Schwingungsterm zusammenfassen: wie groß ist seine Amplitude?

5. **(6 Punkte)**

Sei $z = f(x, y) = x^2 y + 4x + y$.

a) Skizzieren Sie den Schnitt $x = 2$ (Achsenbeschriftung, Zahlenangaben).

b) Das vollständige Differential ist definiert als $df = \frac{\partial f}{\partial x}\Delta x + \frac{\partial f}{\partial y}\Delta y$. Die Ableitungen sind an der Stelle (x_0, y_0) zu berechnen. Bestimmen Sie das vollständige Differential der Funktion für: $(x_0, y_0) = (3, -1)$, $\Delta x = -0.2$, $\Delta y = 0.1$.