FH FFM / FB 2
Prof. Dr. D. Hackenbracht

Übungen zu : Differentialgleichungen
Blatt 3

1. [DGL2_3] Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der DGL sowie die Lösung des AWP; stets ist $y = y(x)$:

   $y' - 3y = R(x)$, $y(0) = 0$ mit a) $R(x) = 4x + 5$, b) $R(x) = 2\sin(x)$.

2. [DGL2_4] Ein Abkühlvorgang gehorche dem Newton'schen Modell: $\dot{T}(t) = a\,(T_u - T(t))$.

a) Welchen Wert hat der Parameter a (eine für die Wärmeableitung typische Konstante), wenn die Temperatur T des Körpers in 40 Minuten von 200 °C auf 100 °C fällt, wobei die Umgebungstemperatur T_u auf 10 °C konstant gehalten wird?

b) Welchen Grenzwert muss T(t) haben ? Ab wann unterscheidet sich die Temperatur praktisch nicht mehr von diesem Grenzwert?

c) Der Parameter a soll den oben bestimmten Wert haben. Der Körper startet jetzt aber mit einer Anfangstemperatur von 300°C. Ab wann unterscheidet sich die Temperatur praktisch nicht mehr von der Temperatur in (a) ?

3. [DGL2_5] Lösen Sie das AWP $L\dot{I} + R\,I = U(t)$, $I = I(t)$, $I(0) = I_0$, für die drei Fälle

   a) $U = 0$ b) $U = U_0 = \text{const}$ c) $U = U_0 \sin(wt)$.

   Interpretation: Strom-/ Spannungsverlauf an einer verlustbehafteten Spule, die an eine äußere Spannungsquelle angeschlossen ist.

   Bestimmen Sie bei (c) auch die Amplitude des nicht- transienten Anteils der Lösung (= der Anteil, der bleibt) sowie die Phasenverschiebung zwischen der Spannung und diesem nicht-transienten Anteil.

4. [DGL2_6] Der zeitliche Verlauf der Temperatur eines zwangsbelüfteten Elektromotors werde durch die folgende DGL beschrieben ($T = T(t)$) :

$$\dot{T} + a\,T = a\,T_u + P_v/(mc) \,.$$

Hierbei ist m die Masse, c die spezifische Wärme, T_u die konstante Umgebungstemperatur, P_v die konstante Verlustleistung (die dem Motor zugeführte und in Wärme umgesetzte Leistung) und a eine für die Wärmeableitung typische Konstante.

a) Lösen Sie das AWP : $T(0) = T_u$. Wird eine konstante Endtemperatur erreicht?

b) Zur Zeit t_1 wird der Motor abgeschaltet. Wie entwickelt sich die Temperatur dann **weiter**?

5. [DGL2_5a]
Wir untersuchen noch einmal ein elektrotechnisches LR- Glied (vergl. [DGL2_5]).

Allerdings soll der Widerstand R diesmal zeitabhängig sein: $R = R_0/(1 + \alpha t) = R(t)$.
Dies ist z.B. der Fall bei einer Feldeffekt-Transistor-Steuerung [Preuß Bd. 7, S.77].

Die DGL lautet also: $L\,\dot{I} + R(t)\,I = U(t)$. Lösen Sie diese DGL für $U(t) = U_0 = \text{const.}$