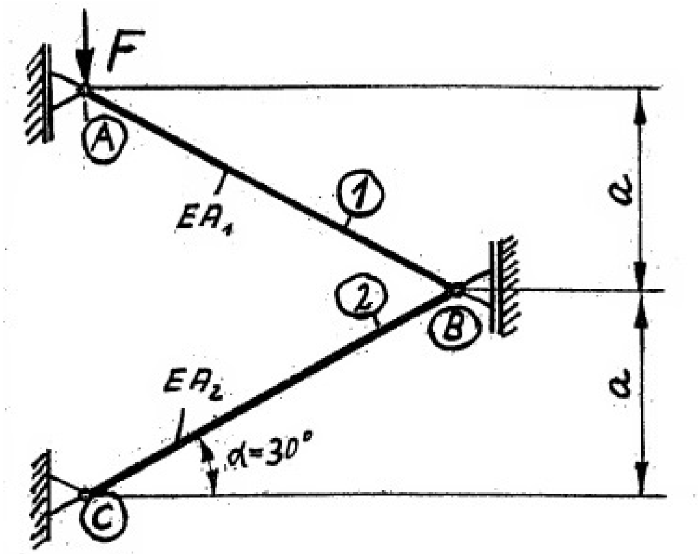
TM-II: Klausuraufgabe 2/SS02

Belastete, elastische Stäbe

I) Aufgabenstellung



Ein System mit zwei elastischen Stäben wird im Punkt *A* durch eine Kraft *F* belastet.

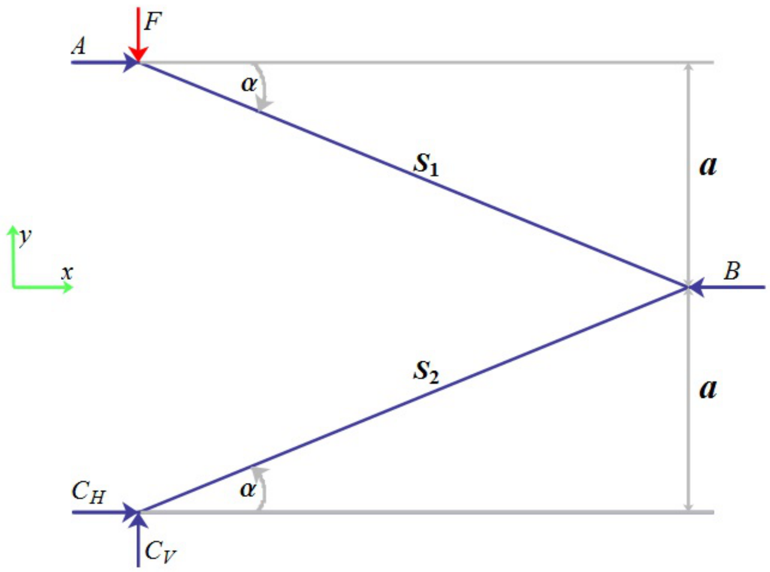
Gegeben:

- a
- $EA_1 = EA_2 = EA$
- F
- $\alpha = 30\,°$

Gesucht:

- a) S_1, S_2
- b) Verschiebung des Punktes A $\rightarrow$ V_A

II) Freikörperbild



III) Vorarbeit

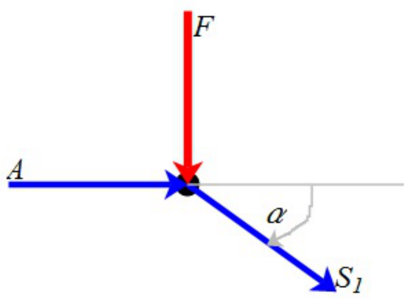
Durch die Aufgabenskizze erkennen wir, dass Lager A und B Loslager und daher in y-Richtung verschiebbar sind. Lager C ist ein Festlager und nicht verschiebbar. Durch Aufbringen der Kraft F werden sich demnach beide Stäbe verkürzen und eine waagerechtere Position einnehmen. Durch zwei Knotengleichungen ermitteln wir die Stabkräfte. Da im Knotenpunkt A nur die gegebene Kraft F und die y-Komponente von der Stabkraft S_1 wirken, können wir daraus in einem einfachen Schritt die Stabkraft S_1 berechnen. Des weiteren erkennen wir, dass im Knotenpunkt B in y-Richtung nur jeweils die beiden y-Komponenten beider Stabkräfte auftauchen und können somit ein Verhältnis beider Stabkräfte aufstellen. Dadurch ist ist auch die Stabkraft S_2 ermittelt.

Formel: Stabverlängerung $\rightarrow \Delta \mathbf{L} = \frac{F*L}{EA}$

IV) Lösung

<u>Aufgabenteil_a</u>)

Knotenpunkt A:



in y-Richtung:

```
Remove["Global`*"]
```

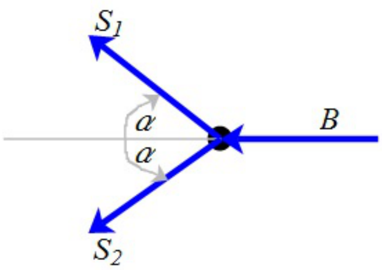
```
a01 = Solve[-F - S1 * Sin[30 °] == 0, S1]
```

{{S1 → -2 F}}

```
S1 = a01[[1, 1, 2]]
```

-2 F

Knotenpunkt B:



in y-Richtung:

```
a02 = Solve[S1 * Sin[30 °] - S2 * Sin[30 °] == 0, S2]
```

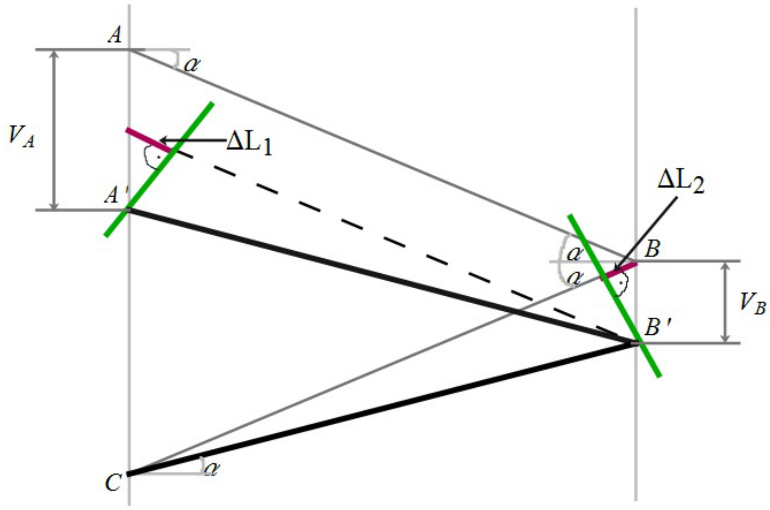
{{S2 → -2 F}}

```
S2 = a02[[1, 1, 2]]
```

-2 F

Aufgabenteil_b)

Verschiebungsplan:



Nach Absenken des Lagers B, bildet der Stab 1 einen neuen Startpunkt (Gestrichelte Linie). Mit diesem neuen Startpunkt beginnt die Absenkung von Lager A. Somit ist $V_A = V_B + V_1$

```
VA = VB + V1
```

V1 + VB

Die Stablänge wird trigonometrisch ermittelt: $\sin(x) = \frac{\text{Gegenkatete}}{\text{Hypothenuse}}$

```
a03 = Solve[Sin[30 °] == a / L, L]
```

{{L → 2 a}}

```
L = a03[[1, 1, 2]]
```

2 a

Berechnung der Stabverlängerungen

$$\Delta L1 = \frac{S1 * L}{EA}$$

$$-\frac{4\,a\,F}{EA}$$

$$\Delta L2 = \frac{S2 * L}{EA}$$

$$-\frac{4\,a\,F}{EA}$$

Das durch die Verkürzung der Stäbe und der Tangente (im rechten Winkel auf dem verkürzten Stab) entstehende rechtwinklige Dreieck beinhaltet die Beziehung $\sin(x) = \frac{\Delta L}{V}$

$$VB = \frac{\Delta L2}{\mathrm{Sin}[30\,°]}$$

$$-\frac{8\,a\,F}{EA}$$

$$V1 = \frac{\Delta L1}{\mathrm{Sin}[30\,°]}$$

$$-\frac{8\,a\,F}{EA}$$

Somit folgt für die Verschiebung des Punktes A

```
VA
```

$$-\frac{16\,a\,F}{EA}$$

V) Fazit

In dieser Aufgabe besteht die Kernproblematik aus der Verschiebung des Punktes A, da durch die Verschiebung des Punktes B ein neuer “Startpunkt” für A entsteht. Verschiebungspläne werden immer nach dem gleichen Schema gezeichnet. Erst die Verlängerung/Verkürzung einzeichnen. Daran kommt eine Tangente auf der sich der Stab bewegen kann (eigentlich kann sich der Stab nur auf einer Kreisbahn bewegen, Tangenten sind Linearisierungen). Da sich in diesem Fall das Lager nur entlang der Wand bewegen kann, ist der neue Punkt dort wo die Tangente die Wand schneidet. Das daraus resultierende rechtwinklige Dreieck dient der Berechnung der Verschiebung. Dieses Dreieck ist immer rechtwinklig und meistens sind der Winkel, sowie eine Seitenlänge bekannt (durch die Stabverlängerungsformel oder durch gegebene Absenkung). Das Zeichnen der Verschiebungspläne benötigt viel Übung und in manchen Fällen kommt man erst nach stundenlangem hinsehen auf die Lösung. Wir sind der Meinung, dass diese Aufgabenstellungen in TMII die größten

Probleme machen. Daher legten wir beim Lernen auch den Fokus darauf.

Die Berechnung der Stabkräfte ist mehr oder minder trivial. Durch einfache Statik an zwei Knotenpunkten errechnet man innerhalb kurzer Zeit die Kräfte.