

Anleitung zur Berechnung der Windlastertraglichkeit von Bumen

Gunther Benderoth

14.05.2007

Modell

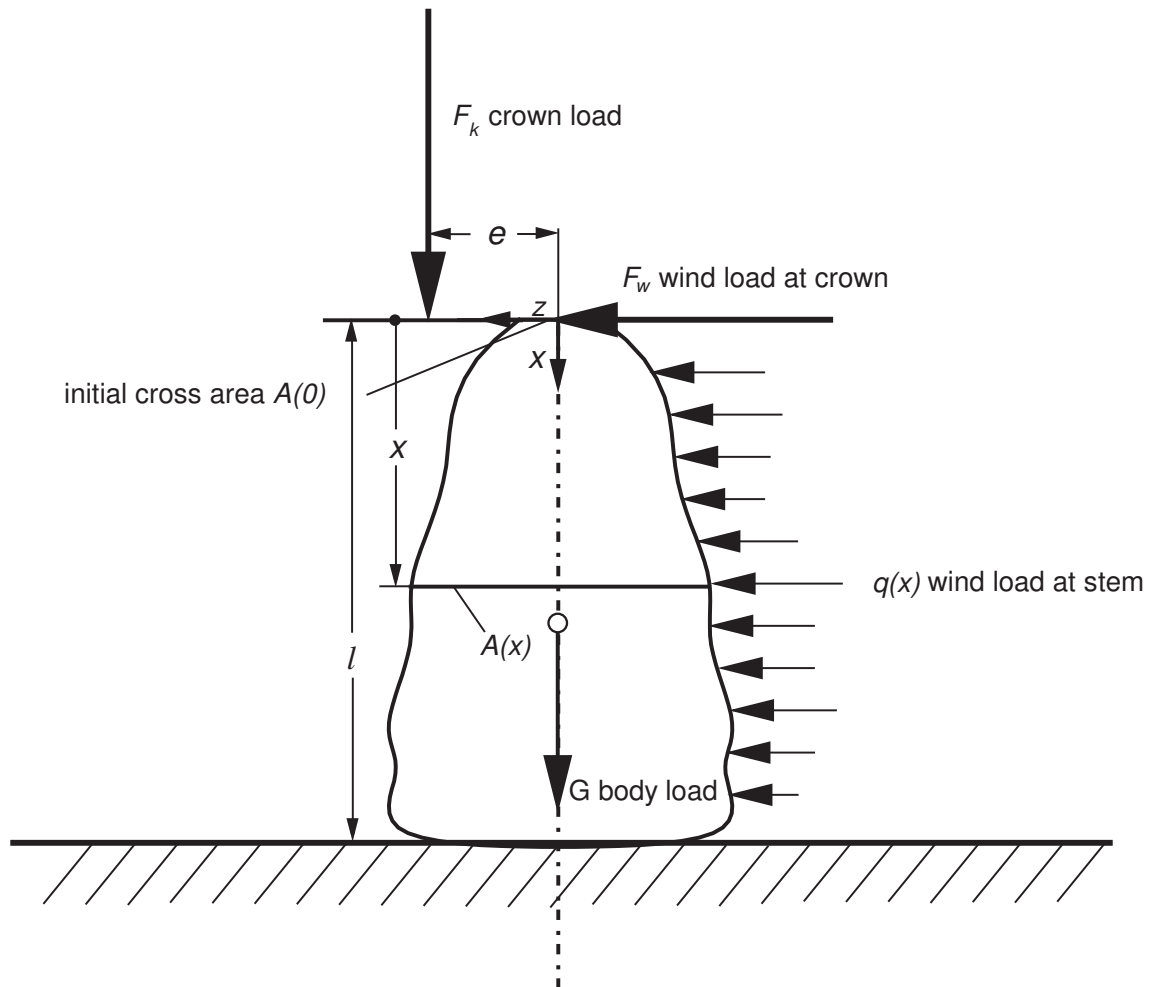


Abbildung 1: Modell

Abbildung 1 zeigt einen idealisierten Baumstamm und seine Belastungen. Mittels der Hypothese der *konstanten Randspannung* lässt sich das nachfolgende Modell (1) erstellen:

$$\left[d(x)^3 + S + Kx + L \frac{x^2}{2} \right] d'(x) - d(x) [B d(x)^3 + K + Lx] = 0 \quad (1)$$

mit folgenden Konstantendefinitionen

$$B := \frac{\gamma}{2 \sigma_0}, \quad K := \frac{16 F_w}{\pi \sigma_0}, \quad L := \frac{16 q_0}{\pi \sigma_0}, \quad S := \frac{16 F_k e}{\pi \sigma_0} \quad (2)$$

wobei F_k die Kronenlast, F_w die Windlast an der Krone, q_0 die Streckenwindlast am Stamm, e die Exzentrizität, x die Höhe und $d(x)$ der Durchmesser ist.

Unter Vernachlässigung der Konstanten L und S kann das Modell (1) gelöst werden. Die Lösung lautet (siehe [Benderoth and Silber, 2007]):

$$0 = -\frac{[B d(x)^3 + K]^{\frac{1}{3}} x}{d(x)} + \int_{d_0}^{d(x)} \frac{\zeta}{[B \zeta^3 + K]^{\frac{2}{3}}} d\zeta \quad (3)$$

Unter Vernachlässigung der Windlast F_w ($K = 0$) wird aus der Lösung (3):

$$d(x) = d_0 e^{Bx} = d_0 e^{\frac{\gamma}{2\sigma_0} x} \quad (4)$$

Bestimmung des Gewichts der Stammanhänge

Man entfernt die Äste mit allen Blättern mit einem Seitenschneider. Beginnend an der Spitze, wird das Gewicht aller entfernten Anhänge mit einer Digitalwaage gemessen. Die Stelle, an der die obersten Äste entfernt wurden, ist der Nullpunkt der Höhe (siehe Abb. 1). Von diesem Punkt aus wird der Abstand bis zu den folgenden Ästen, die entfernt werden, bestimmt. Gewicht und die Höhe der Anhänge sind zu dokumentieren.

Bestimmung der Stammgeometrie

Nachdem die Anhänge vom Stamm entfernt sind, kann die Kontour gemessen werden. Hierfür muss der Durchmesser über die Höhe bestimmt werden. Die Höhe null befindet sich an der Spitze des Stammes. Von hieraus geht man in Richtung Wurzel und sucht die nächste Stelle am Stamm, die zwischen zwei Knoten (Stelle an der die Äste abzweigen) liegt und misst dort den Durchmesser und seine Höhe. Dies wird fortgesetzt bis kurz vor der Wurzel.

Dichtebestimmung

Die Dichtebestimmung soll nach dem ARCHIMEDischen Prinzip erfolgen. Gemessen wird ein kleiner Abschnitt des Ständers. Dieser Abschnitt wird auf einer Digitalwaage gewogen. Danach wird ein Becherglas, in welches der Ständerabschnitt passt, mit Wasser gefüllt. Es muss soviel Wasser genommen werden, dass der Ständerabschnitt vollständig bedeckt werden kann. Es darf aber auch kein Wasser aus dem Becher fließen, wenn der Ständer untergetaucht im Wasser des Bechers ist. Das gefüllte Becherglas wird auf die Waage gestellt und die Waage wird genullt. Der Ständerabschnitt wird in das Becherglas gelegt, mit einer Nadel unterwasser gedrückt und das Gewicht abgelesen. Falls das Holz dichter als Wasser ist, muss der Abschnitt an einem Faden aufgehängt werden. Kennt man die Temperatur des Wassers, kann man auf das Volumen des Ständerabschnitts geschlossen werden. Aus dem dergestalt gewonnenen Volumen und Gewicht kann die Dichte errechnet werden.

Anschließend soll der Abschnitt getrocknet werden, um auch die Trockendicht bestimmen zu können.

Modellberechnung

In *model.tar.gz* befindet sich ein Programm, das für einen bestimmten Parametersatz die Höhen/Durchmesserrelation aus (3) berechnet. Das Programm *model* ist lauffähig in einer beliebigen LINUX-Distribution. Die Parameter werden in einem Skript übergeben.

```
!***** parameter *****
!***** d0 anfangsdurchmesser [m] *****
.1
!***** gamma wichte [N/m2] *****
9810.
!***** sigma0 grenzspannung [Pa] *****
6000.
!***** fw windlast [N] *****
100.
```

```
!***** h hoehe [m] *****
```

1.

```
!***** aufteilung der hoehe des stammes *****
```

10

Die ersten Eingaben sind selbsterklärend. Die letzte Eingabe unterteilt die Höhe in n Punkte. Diese Punkte werden in einer Datendatei *plot.dat* ausgegeben, wobei die erste Spalte die Höhe und die zweite den Durchmesser angibt. Sie können diese Daten mittels *gnuplot* darstellen. Ein Plotskript befindet sich in der zip-datei (*plot.plt*). Mittels dieses Plotskripts kann auch noch die Modellvariante ohne Windlast (4) dargestellt werden.

Parameterbestimmung

Modell ohne Windlast

Die gezippte Datei *lin.tar.gz* enthält das Programm *lin* und die Dateien *plot.plt*, *plot.dat* und *baum.dat*. Das Programm *lin* berechnet die Parameter d_0 und σ_0 gemäß dem Modell (4) aus Messdaten. Zum Testen ist eine Messwertedatei (*baum.dat*) in der gezippten Datei vorhanden. Ihr Format ist die unabhängige Variable Höhe in der ersten Spalte und die abhängige Durchmesser in der zweiten Spalte. Als Eingabe für *lin* wird die maximal Abschätzung der Feuchtdichte des Holzes und die Messwertedatei benötigt. Das Programm gibt neben den Parametern auch noch eine Wertedatei (*plot.dat*) aus. Die ersten Spalte enthält die Höhendaten, die zweite die Durchmesserwerte und die dritte die mit dem Modell (4) errechneten Durchmesser. Mit dieser Datei kann ein Ergebnisplot erstellt werden. Ein *gnuplot*-skript (*plot.plt*) zur Darstellung der Ergebnisse ist beigefügt.

Die Parameter d_0 und σ_0 aus Modell (4) können als Startwerte zur Parameterberechnung des Modells (3) benutzt werden.

Modell mit Windlast

Die Datei *box.tar.gz* enthält das Programm *box*, das zur Parameterberechnung herangezogen werden soll. Das Programm *box* ist ein modifizierter *SIMPLEX*-Algorithmus, der es ermöglicht Gleichungs- und Ungleichungsnebenbedingungen im Algorithmus zu berücksichtigen [Schwefel, 1995]. Der Opti-

mierungsalgorithmus durch Variation eines *Simplexes*, der auf das Optimierungsgebirge gelegt wird, ein lokales Minimum zu finden (siehe [Nelder and Mead, 1969]). Das bedeutet, dass man Startwerte für die Parameter eingeben muss. Hierfür gibt es wiederum ein Skript:

```
!***** parameter fuer das BOX-Verfahren *****
!----- Spieglungsparameter alpha -----
1.3
!----- Abbruchgenauigkeit beta -----
1.e-7
!----- randbedingungskorrekturfaktor delta -----
.0001
!----- anzahl der unabhängigen variablen n -----
3
!----- anzahl der randbedingungen m -----
3
!----- anzahl der Ecken des simplexes k>l -----
4
!----- anzahl aller unabhängigen variablen -----
3
!----- konvergenzparameter gamma (bei gamma gleichen iterationen abbruch)
-----
5
!----- max anzahl der iterationen itmax -----
500
!----- kanal für die ausgabe der ergebnisse auf platte ko -----
10
!----- startwerte aller unabhängigen variablen l-----
.1
6000.
100.
```

```

! $\alpha$ ----- untere grenze der m Randbedingungen -----
0.
0.
0.
! $\beta$ ----- obere grenze der m Randbedingungen -----
.2
10000.
1000.
! $\delta$ ----- name der messwertedatei -----
baum.dat
! $n$ ----- wichte des stammholzes -----
9810.

```

Der Parameter α gibt den Spiegelungsparameter an. Ein *SIMPLEX* ist eine geometrische Figur, die eine Ebene in n Dimensionen aufspannt, wie ein Dreieck in der Ebene oder ein Tetraeder im Raum. Der Algorithmus versucht nun durch Spiegelung des Punktes des *SIMPLEX* mit dem größten Funktionswert einen kleineren zu finden, um somit im Optimierungsgebirge einen "Weg" ins "Tal" zu finden. Bei nicht Konvergenz des Optimierungsprozess kann durch vergrößern oder verkleinern des Wertes Konvergenz zu erreichen.

Der Parameter β gibt den Grenzwert der Güte der Abweichungsquadrate an, bei welchen der Abbruch erfolgen soll. Es ist ratsam mit Werte wie etwa 10^{-3} zu beginnen, um bei besseren Startwerten der Parameter den Wert zu verkleinern.

Der Parameter δ besagt, wie weit ein Parameter nach einem Überschreiten einer vorgegebenen Grenze wieder hinter sie zurückgesetzt wird. Diesen Parameter erstmal nicht verändern.

Der Parameter n gibt die Anzahl der unabhängigen Variablen an. In diesem Fall sind es drei Parameter d_0 , σ_0 und F_w .

Der Parameter l setzt sich aus der Summe der Anzahl der unabhängigen Variablen und der Anzahl der Gleichungsnebenbedingungen zusammen. In diesem Fall ist $n = l$, da keine Gleichungsnebenbedingungen vorhanden sind.

Die Anzahl der Ecken des *SIMPLEX* (k) müssen mindestens $k = l + 1$ sein. Die Routine ermöglicht mehr Ecken als $l + 1$ zu wählen. Bei Konvergenz-

schwierigkeiten ist dies ein Parameter, der variiert werden kann.

m ist die Anzahl der Ungleichungsnebenbedingungen. In diesem Fall ist $m = 3$.

Der Parameter γ ist neben β ein Abbruchkriterium. Er gibt vor, wie oft der Algorithmus noch ausgeführt wird, obwohl kein Fortschritt zu registrieren ist.

Bei nicht Konvergenz kann auch die Anzahl der maximalen Iterationen (*itmax*) erhöht werden.

Den Ausgabekanal *ko* nicht verändern.

Startwerte für die Parameter d_0 und σ_0 können aus der Berechnung des Modells (4) gewonnen werden. Für F_w muss ein Startwert geraten werden.

Die unteren Intervallgrenzen der Parameter sind Null. Die obere Intervallgrenze für d_0 darf den ersten Durchmesserwert nicht überschreiten. Die beiden anderen oberen Grenzen müssen zu erst geraten werden. Sie müssen aber größer als die Vergaben für die Startwerte dieser Parameter sein.

Der Name der Messwertdatei sollte nicht länger als 20 Zeichen sein. Die erste Spalte muss die Höhe und die zweite den Durchmesser enthalten.

Die Einheit der Messdaten ist [m]. Die der Wichte ist [kg/m³]. Die Einheiten der Parameter sind: d_0 [m], σ_0 [Pa] und F_w [N].

Literaturverzeichnis

G. Benderoth and G. Silber. Determining external loads of trees by analysing the stem geometry. *submitted to Forest Ecology and Management*, 2007.

J. A. Nelder and R. Mead. A simplex method for function minimization. *Comp. J.*, 7:308–313, 1969.

H. P. Schwefel. *Evolution and Optimum Seeking*. Wiley & Sons, New York, 1995.