Fachbereich 2 - Informatik und Ingenieurwissenschaften

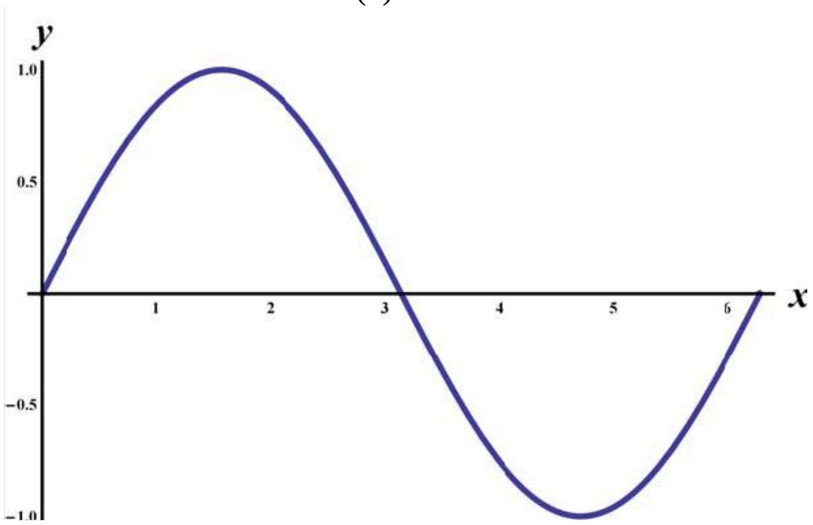
VORKURS MATHEMATIK

$$2^{100} = 1267650600228229401496703205376$$

$$u \cdot v = \left(u + v - \frac{u^2 + v^2}{u + v - uv/(u+v)} \right) \frac{u^3 - v^3}{u^2 - v^2}$$

$$(a + b)^5 = a^5 + 5a^4 b + 10a^3 b^2 + 10a^2 b^3 + 5ab^4 + b^5$$

Die Sinus-Funktion $\sin(x)$ zwischen $x = 0$ und $x = 2\pi$



1. Aufgabenblatt: Rechnen mit Klammern und Brüchen

Die Aufgaben auf diesem Blatt behandeln elementare Umformungen. Bitte führen Sie diese sorgfältig aus.

Distributivgesetz: $a (b + c) = a b + a c$;

gelesen von links nach rechts: „Ausmultiplizieren“ , gelesen von rechts nach links: „Ausklammern“ . Beachten Sie dabei die Vorzeichen !

Ferner gilt: $a + b = b + a$, $a b = b a$ (**Kommutativgesetze**) .

1.) Lösen Sie die Klammern auf und fassen Sie zusammen:

a) $5 – 3 (a – 2)$ b) $5 – (a – 2) – 3$ c) $3 a b – 2 (7 a c - 5 b a)$

d) $y – 3 (x – y)$ e) $x – (a – (x – y)) + a$ f) $- 2 z x + (6 y a + 2 x z)$

2.) Schreiben Sie die folgenden Summen als Produkt, in dem Sie alle gemeinsamen Terme ausklammern (**Faktorisieren**)

a) $a x + a y$ b) $x (a + b) – y (a + b)$ c) $a (u – v) + b (v – u)$

d) $(x – y) (3 a + b) – (2 a – b) (x – y)$

Definition der **Potenzen**: für $a \cdot a$ schreibt man auch a^2, $a \cdot a \cdot a = a^3$, usw. ;

$a^1 = a$.

3.) Multiplizieren Sie aus

a) $(x + y) (x – y)$ b) $(b – a) (a – b)$ c) $(x – y) (x^2 + x y + y^2)$

d) $a (4a – b) (3b – a)$

4.) Leiten Sie durch Ausmultiplizieren die **binomischen Formel** her für :

a) $(a + b)^3$

b) $(a + b)^4$

c) $(a + b + c)^2$

Tipp:

Assoziativgesetze : $u + (v + w) = (u + v) + w$; $u (v w) = (u v) w$

Bei der Addition von Brüchen sucht man systematisch den **Hauptnenner**: jeder Nenner wird als Produkt von nicht weiter zerlegbaren Faktoren („**irreduzible Faktoren**“**)** geschrieben. Bei Zahlen entspricht dies der Zerlegung in **Primfaktoren**. Im Hauptnenner wird jeder (irreduzible) Faktor mit seiner höchsten Potenz berücksichtigt, er ist das kleinste gemeinsame Vielfache (kgV).

Bspl.: $45 = 3 \cdot 15 = 3 \cdot 3 \cdot 5 = 3^2 \cdot 5$, $48 = 2 \cdot 24 = 2 \cdot 2 \cdot 12 = ... 2^4 \cdot 3$

$\text{kgV}(45,48) = 2^4 \cdot 3^2 \cdot 5$

Bspl.: $x^2 = x \cdot x$, $x^2 - 1 = (x + 1)(x - 1)$; beide Ausgangsterme lassen sich also in Faktoren zerlegen. Die Terme $x + 1$ und $x - 1$ sind nicht weiter (in Faktoren) zerlegbar, sie sind irreduzibel. $\text{kgV}(x^2, x^2 - 1) = x^2(x + 1)(x - 1)$.

5.) Addieren Sie die folgenden Brüche

a) $\frac{1}{4}+\frac{1}{9}+\frac{1}{15}+\frac{1}{16}$ b) $\frac{5}{18}-\frac{3-a}{24}+\frac{a}{30}$ c) $\frac{2}{x}-\frac{1}{3x}+\frac{1}{x+1}$ d) $\frac{ab}{cd}+\frac{xy}{uv}$

e) $\frac{1}{x}-\frac{1}{x-2}$ f) $\frac{1}{a-x}-\frac{1}{x+a}$ g) $\frac{3}{u}+\frac{1}{u^2+2u+1}-\frac{2}{u^2-1}$

6.) Schreiben Sie mit nur einem Bruchstrich:

a) $\frac{ab}{cd}*\frac{xy}{uv}$ b) $\frac{ab}{cd}*\frac{x+y}{u+v}$ c) $\frac{4}{\frac{1}{a}+\frac{1}{b}}$ d) $\frac{3}{\frac{b}{a}-\frac{a}{b}}$

Kürzen heißt, den ganzen Zähler und den ganzen Nenner durch denselben Term zu teilen. Am sichersten ist dies, wenn man Zähler und Nenner als Produkte schreibt (den gemeinsamen Faktor also vorher ausklammert).

7.) Kürzen Sie die folgenden Brüche, wenn dies möglich ist.

a) $\frac{a^2b}{2ab}$ b) $\frac{a^2b}{a^2+a}$ c) $\frac{a^2b}{a^2+b}$ d) $\frac{a^2b}{a^2b+b}$ e) $\frac{a+b}{a-b}$ f) $\frac{a+b}{b+a}$ g) $\frac{a-b}{b-a}$ h) $\frac{a+b}{b^2+a^2}$

i) $\frac{a+b}{b^2-a^2}$ j) $\frac{(a+b)^2}{a^2-b^2}$ k) $\frac{(a+b)^2}{a^2+b^2}$ l) $\frac{uv}{a}*\frac{a^2u}{v}$ m) $\frac{u^2-v^2}{2mn^3}*\frac{abm^2n}{2(u+v)}$

Division durch eine Summe ("**Polymomdivision**"); Zähler (Dividend) und Nenner (Divisor) müssen nach dem gleichen Schema geordnet sein!
Die Polynomdivision verläuft analog zur schriftlichen Division. Machen Sie sich diese an folgendem Beispiel klar:
672 **:** 32 ; und dann dieselbe Aufgabe geschrieben mit Zehnerpotenzen:
$(6 \cdot 10^2 + 7 \cdot 10^1 + 2 \cdot 10^0)$ **:** $(3 \cdot 10^1 + 2 \cdot 10^0)$

8.) Führen Sie die folgenden Divisionen aus

a) $(24x^3 + 50x^2 + x - 30) : (2x + 3)$ b) $(3x^2 - 5x + 8) : (x - 2)$

c) $(x^3 - y^3) : (x - y)$ d) $(49a^2 - 25x^2 - 9b^2 - 30bx) : (5x + 7a + 3b)$

Die folgenden Aufgaben greifen die vorhergehenden Themen noch einmal auf:

9.) Vereinfachen Sie: a) $23u - (14v - (8v + 6u - 3v - (43v - 16u) - 16u))$
b) $(3p - 2q)^2 - (2q + 3p)^2$

10.) Faktorisieren Sie: a) $2ax - 2ay + bx - by - cx + cy$
b) $axnd - axnc + abnd - abnc$

11.) a) Wann ist $y = \frac{2}{x} - \frac{3}{x^2}$ negativ ? b) Bestimmen Sie a : $\frac{5}{9} - \frac{3-a}{4} + \frac{a}{3} = 1$

12.) Vereinfachen Sie: a) $\frac{5m^2n + 7n}{3m - 2n} \; \frac{4n^2 - 9m^2}{15mn^2 + 10n^3}$ b) $\frac{\frac{1}{x+1} + \frac{1}{1-x}}{\frac{1}{1+x} + \frac{1}{x-1}}$

13.) Bestimmen Sie Q :
a) $(x^3 - y^3) = Q\,(x - y)$ b) $Q : (u^2 + v) = u^2 v - 2$ c) $(a^5 - b^5) : (a - b) = Q$

14.)
a) Wie muss man E wählen, damit sich $9w^2 - 480w + E$ als Quadrat schreiben lässt? E ist die „**quadratische Ergänzung**". Tipp: binomische Formel!
b) Lösen Sie mit Hilfe der quadratischen Ergänzung die Gleichung : $x^2 + 6x - 5 = 0$.

2. Aufgabenblatt: Potenzen und Logarithmen

Definition der **Potenzen:** $a^n = a \cdot a \cdot ... \cdot a$ (n gleiche Faktoren) ; a heißt Basis ,

n heißt Exponent (Hochzahl). Hier sind die Hochzahlen natürliche Zahlen.

Zusatzdefinitionen ($n \in \mathbf{N}$) : $a^0 = 1$; $a^{-n} = 1/a^n$; $a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$.

Diese Zusatzdefinitionen erweitern auf sinnvolle Weise den erlaubten Zahlenbereich für den Exponenten. Dafür muss der erlaubte Zahlenbereich für die Basis eingeschränkt werden, insbesondere beim Wurzelziehen.

Hinweis:

Viele Mathematikbücher lassen auch die n-te Wurzel aus einer negativen Zahl zu, wenn n ungerade ist. Eine solche Wurzel kann aber nicht mehr als Potenz mit gebrochenem Exponenten geschrieben werden: die Potenzgesetze gelten dafür nämlich nicht mehr!

Bspl: $\sqrt[3]{-8} = -2$, aber dann wäre auch $\sqrt[3]{-8} = (-8)^{1/3} = (-8)^{2/6} = ((-8)^2)^{1/6} = +2$, wenn man die Potenzgesetze weiter anwendet.

1. Vereinfachen Sie die folgenden Ausdrücke zunächst mit Hilfe der Definition der Potenzen, dann noch einmal mit Hilfe der Potenzgesetze :
   $a^5 \cdot a^3$; $a^5 : a^3$; $a^2 : a^3$; $(a^2)^3$
   Verdeutlichen Sie ebenso: $a^3 b^3 = (a\,b)^3$; $a^2 / b^2 = (a/b)^2$

2. Fassen Sie zusammen: $3\,u^2 v^3 - 5\,u^3 v^2 + 8\,v^3 u^2 - 2\,u^3 v^2 + 9\,u\,v^3$

3. Schreiben Sie als Dezimalzahl: 2^{10}; 2^{13} ; 2^{-3} ; 5^{-2} ; $8^{1/3}$; $16^{1/2}$

4. Schreiben Sie als Zehnerpotenz der Einheit m (die einzige Ziffer vor dem Komma soll keine Null sein): 0,048 mm ; 37451 km ; 0,4256 cm

5. Beseitigen Sie die negativen Exponenten: a^{-3} ; $a^2\ b^{-1}$; a^{-3} / b^{-5}

6. Bestimmen Sie x in: $a^3 \cdot x = a^7$; $a^5 \cdot x = a^3$; $a^{-4} \cdot x = a^2$; $a^{-2} / x = a^4$

Bestimmen Sie danach a so dass x = 2 (da die Exponenten ganzzahlig sind, sind auch negative Basen zulässig !).

7. Vereinfachen Sie:

a) $5\ x^{3n-2}\ \ 2\ x^{m-4n+7} / x^{m-2n}$; was ergibt sich für x = 3, n = 1, m = 5 ?

b) $(x^2 / y)^3\ (y^2 / x)^3$

8. Addieren Sie: a) $\frac{1}{a^2}+\frac{1}{a^5}$ b) $\frac{3-a}{a^{m-4}}+\frac{a^6-a^5+2a^3-1}{a^{m+1}}-\frac{2a^2+1}{a^{m-2}}$

Welche Gleichung ergibt sich jeweils für a , wenn das Ergebnis 1 sein soll ?

Bestimmen Sie jeweils a , wenn das Ergebnis 0 sein soll.

9. Schreiben Sie mit <u>einem</u> Exponenten (a>0, b>0) :

$a^4\ b^4$; a^{29} / b^{29} ; $a\sqrt{a}$; $b^2\ \sqrt[3]{b}$; $\sqrt{a^3}$; $\sqrt[3]{a^5}$; $(\sqrt[3]{a})^5$; $\sqrt[3]{a}\ \sqrt[5]{a}$

10. Schreiben Sie mit <u>einem</u> Wurzelzeichen (x > 0, a > 0, b > 0) :

$b\ \sqrt{b}$; $b\ \sqrt[3]{b^2}$; $x^2\ \sqrt[4]{x}$; $\sqrt{3}\sqrt{12}$; $\sqrt[k]{a^3}\ \sqrt[k]{b^7}$; $\sqrt{\sqrt{x}}$; $\sqrt{\sqrt{\sqrt{x}}}$

11. Quadrieren Sie (x>0, a>0, b>0) : $x+\sqrt{x}$; $\sqrt[4]{x}$; $x^2-\sqrt[3]{x}$; $\sqrt{a+b}$; $\sqrt{a}+\sqrt{b}$

12. Ziehen Sie (sofern möglich) die Wurzel (x>0,y>0,a>0, b>0) :

$\sqrt{4a^2b^3}$; $\sqrt[4]{x^2y^4}$; $\sqrt{a^2+b^2}$; $\sqrt{a^2+2ab+b^2}$; was ergibt sich, wenn man das Vorzeichen der Größen nicht kennt ? Tipp: Betrag einer reellen Zahl !

13. Bestimmen Sie x in: $x^3 = 27$; $x^3 = -125$; $\sqrt{x} = 8$; $\sqrt{x} = -2$; $\sqrt[3]{x} = 0.5$

14. Wird ein Kapital K jährlich mit p% verzinst und werden die Zinsen angesammelt (Zinseszins), ergibt sich nach n Jahren ein angesparter Betrag $B = K\ q^n$, $q = 1 + p/100$.

Was wird aus 1000 € nach 10 Jahren, wenn p = 1 bzw. p = 3 bzw. p = 5 ?

Wenn $a^x = b$, dann heißt x der **Logarithmus von b zur Basis a** . **Der Logarithmus ist also eine Hochzahl**. Man schreibt: $x = \log_a(b)$. In Worten: **Derjenige Exponent, mit dem man a potenzieren muss, um b zu erhalten, heißt Logarithmus von b zur Basis a.** b heißt in diesem Zusammenhang auch Numerus. Für die Basis wird vorausgesetzt: $a > 0$, $a \neq 1$; für den Numerus: $b > 0$.

15. Bestimmen Sie mit Hilfe der obigen Definition:
    $\log_2(16)$; $\log_3(27)$; $\log_5(\sqrt{5})$; $\log_5(1/5)$; $\log_2(1/4)$;

    $10^{\log_{10}(8)}$; $3^{\log_3(5)}$

16. Es gilt: $\log_a(b^y) = y \log_a(b)$.

    Bestimmen Sie damit x in : (a) $3^x = 5$; (b) $4^x = 8$; (c) $5^x = 2$; (d) $2^x = 0.2$.

    Tipp: beide Seiten zur Basis 10 logarithmieren. Ermitteln Sie den numerischen Wert mit dem Taschenrechner. Machen Sie die Probe.

17. Formen Sie mit Hilfe der Logarithmengesetze um:

    a) $\log_a\left(\frac{x^2 y^3}{u^4 v}\right)$ b) $\log_a(\sqrt[4]{a^3})$ c) $\log_a(u) - 2\log_a(v) + 4\log_a(z)$ d) $\frac{\log_a(x^3)}{\log_a(\sqrt[4]{x})}$

18. Wenn eine Volkswirtschaft jedes Jahr um 3% wächst, wann hat sie sich dann verdoppelt? Tipp: Aufgaben 14 und 16 !

3. Aufgabenblatt: Lineare und quadratische (Un-)Gleichungen, Wurzelgleichungen

Lineare Gleichungen: die Unbekannte kommt nur in der ersten Potenz vor

1. Bestimmen Sie alle Lösungen (die Lösungsmenge) der folgenden Gleichungen:

a) $14 + 2x = 11 - 7x$

b) $17\,(2 - 3x) - 8\,(1 - 7x) = 5\,(x + 12)$

c) $a - (a + b)\,x = (b - a)\,x - (c + b\,x)$

d) $\frac{5x-6}{10} - \frac{9-10x}{14} = \frac{3x-4}{5} - \frac{3-4x}{7}$

e) $-8\,(1 - 7x) - 5\,(x + 12) = 17(3x - 2) - 34$

Bruchgleichungen: die Unbekannte kommt im Nenner vor. Vorgehen: Definitionsbereich festlegen und dann mit dem Hauptnenner multiplizieren.

2. Die folgenden Bruchgleichungen führen auf lineare Gleichungen:

a) $\frac{1+x}{1-x} = \frac{a}{b}$ b) $\frac{5x+3}{7x-9} - \frac{4x+9}{9-7x} = 2$

Quadratische Gleichungen: die Unbekannte kommt auch in der zweiten Potenz vor. Solche Gleichungen kann man mit der quadratischen Ergänzung lösen. Liegt die Gleichung in der Normalform vor, also $x^2 + p\,x + q = 0$, kann man auch die p-q-Formel anwenden.

3. Bestimmen Sie alle reelle Lösungen der folgenden Gleichungen:

a) $3 - 4x^2 = 5 - 6x^2$ b) $x^2 - 4\,x - 21 = 0$

c) $16x^2 - 97x + 85 = 0$ d) $\frac{2x+1}{x-1} - \frac{3x-4}{x+1} = \frac{3x+3}{x^2-1}$

4. Bestimmen Sie den Parameter t so, dass die Gleichung $2x^2 + 4x = t$ genau eine Lösung hat.

(Quadrat-) **Wurzelgleichungen**: hier muss man zunächst die Wurzel isolieren und dann quadrieren. Dabei können Scheinlösungen auftreten: Probe (oder vorheriges Nachdenken) ist unerlässlich.

5. Lösen Sie die folgenden Gleichungen:

a) $30 - \sqrt{x} = x$ b) $x + 3 = \sqrt{6x+25}$ c) $x - \sqrt{8x+25} = -4$ d) $\sqrt{x^2+4} + 2 = x$

Ungleichungen: hier muss man vor allem beachten, dass sich das Relationszeichen umdreht, wenn man mit einer negativen Zahl multipliziert. Man kann auch hilfsweise die zugehörige Gleichung lösen und dann nachdenken.

6. Lösen Sie die folgenden Ungleichungen:

a) $\frac{2}{3} - \frac{1}{2}x < \frac{1}{3}x - \frac{1}{2}$ b) $1 - \frac{3}{4}x \geq -\frac{1}{2}$ c) $9x^2 - 25 < 0$ d) $x^2 - 8x + 8 > 1$

Treten in einer linearen Gleichung zwei Variablen auf, beschreibt diese Gleichung in einem zweidimensionalen Koordinatensystem eine **Gerade**: $a\,x + b\,y + c = 0 \Rightarrow y = -c/b - (a/b)\,x$ (für $b \neq 0$). Werden zwei lineare Gleichungen kombiniert, erhält man ein lineares Gleichungssystem mit 2 Unbekannten.

7. Zeichnen Sie die durch die folgenden Gleichungen bestimmten Geraden. Geben Sie auch die Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen, die Steigung und den Schnittwinkel mit der x-Achse an: a) $x + y + 1 = 0$ b) $x - 3y - 6 = 0$

8. Bestimmen Sie die Lösungsmenge der folgenden linearen Gleichungssysteme und interpretieren Sie das Ergebnis geometrisch.

a) $x + y + 1 = 0$; $x - 3y - 6 = 0$

b) $x - 4y = 2$; $-2x + 8y + 4 = 0$

c) $x - 4y = 2$; $-2x + 8y + 6 = 0$

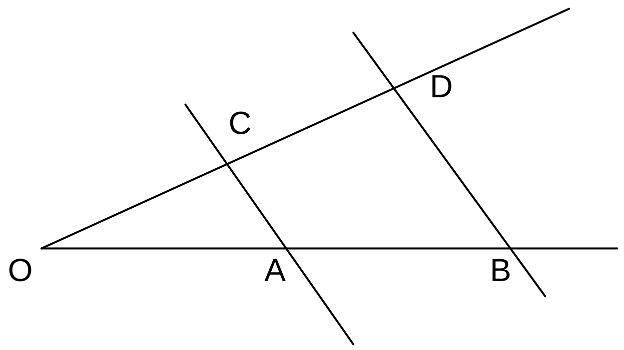
Eine quadratische Gleichung der Form $y = a\,x^2 + b\,x + c$ beschreibt in einem zweidimensionalen Koordinatensystem eine **Parabel**.

9. Bestimmen Sie für die folgenden Parabeln die Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen und den Scheitelpunkt: a) $y = x^2 - 6x + 8$ b) $y = -2\,x^2 + 7x - 6$

4. Aufgabenblatt: Geometrie und Trigonometrie

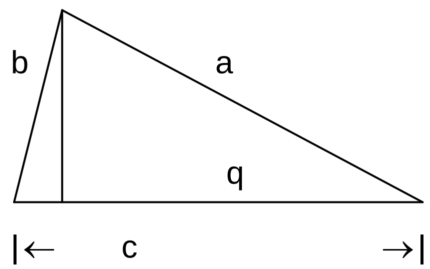
Wird ein Gradenkreuz von zwei Parallelen geschnitten, entstehen zwei ähnliche Dreiecke. Ähnliche Dreiecke haben gleiche Seitenverhältnisse. Darauf basieren die **Strahlensätze**.

1. Gegeben sei die folgende Situation: $\overline{OC} = 2cm$, $\overline{OA} = 4cm$, $\overline{OB} = 7cm$, $\overline{AC} = 3.2cm$. Gesucht sind die Längen der Strecken $\overline{OD}$ und $\overline{BD}$.



In jedem **Dreieck** gelten der **Sinus-Satz** und der **Cosinus-Satz**. In jedem **rechtwinkligen Dreieck** gelten: der Satz des **Pythagoras**, der **Höhensatz** und der **Kathetensatz**.

2. In einem rechtwinkligen Dreieck mit c als Hypotenuse sind gegeben: die Länge der Seite b = 9 cm sowie q = 12 cm. Bestimmen Sie die Länge der übrigen Seiten.



Kreis und **Bogenmaß**

3. Aus einem Kreis mit Radius 3 cm wird ein Sektor mit dem Öffnungswinkel 74° ausgeschnitten. Wie lang ist der Bogen des Sektors und wie groß ist seine Fläche? Bestimmen Sie auch den Öffnungswinkel im Bogenmaß.

4. Bestimmen Sie die Bogenmaße der Winkel 30°, 45°, 60°, 90°, 120°, 135°, 150° und 180° in Bruchteilen von π.

Die **trigonometrischen Funktionen** werden zunächst im rechtwinkligen Dreieck definiert. Anschließend wird diese Definitionen mit Hilfe des Einheitskreises erweitert auf Winkel zwischen 0° und 360° .

5. Bestimmen Sie die Werte der trigonometrischen Funktionen für die Winkel 30°, 45°, 60°, 90°, 120°, 135°, 150° und 180°. Sie sollten dies zunächst ohne Taschenrechner durch Betrachtung geeigneter Dreiecke (und dann mit Hilfe des Einheitskreises) versuchen.

6. Bestimmen Sie die Winkel im Dreieck aus Aufgabe 2.

7. Bestimmen Sie in einem Würfel den Winkel zwischen Raum- und Flächendiagonale.

8. Eine regelmäßige quadratische Pyramide habe die Grundkante a = 4 cm und die Seitenkante s = 8 cm. Berechnen Sie ihre Höhe, ihr Volumen und ihre Oberfläche.

9. Eine Seilbahn überwindet auf einer Strecke von 350 m (längs des Seiles gemessen) den Höhenunterschied von 260 m. Wie groß ist der Steigungswinkel?

10. Berechnen Sie die fehlende Seite in einem Parallelogramm, wenn die Grundlinie $\overline{AB} = 8cm$, der Winkel bei B mit 42° und die Länge der von A ausgehenden Diagonalen mit 12.5 cm angegeben ist.

Lösungen zum 1. Aufgabenblatt: Rechnen mit Klammern und Brüchen

1. a) $11-3a$ b) $4-a$ c) $13ab-14ac$
   d) $4y-3x$ e) $2x-y$ f) $6ya$

2. a) $a(x+y)$ b) $(a+b)(x-y)$
   c) $(u-v)(a-b)$ d) $(x-y)(a+2b)$

3. a) x^2-y^2 b) $-a^2+2ab-b^2$
   c) x^3-y^3 d) $-4a^3+13a^2b-3ab^2$

4. a) $a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$ b) $a^4+4a^3b+6a^2b^2+4ab^3+b^4$

   c) $a^2+b^2+c^2+ 2ab + 2ac + 2bc$

5. a) $353 / 720$ b) $(55+ 27a) / 360$ c) $(8x+5) / (3x(x+1))$

   d) $(abuv+cdxy) / (cduv)$ e) $-2 / (x(x-2))$

   f) $2x / (a^2 -x^2)$ g) $(3u^3+2u^2-6u-3) / (u (u -1) (u+1)^2)$

6. a) $abxy / (cduv)$ b) $ab(x+y) / (cd(u+v))$
   c) $4ab / (a+b)$ d) $3ab / (b^2-a^2)$

7. a) $a/2$ b) $ab / (a+1)$ c) geht nicht
   d) $a^2 / (a^2+1)$ e) geht nicht f) 1
   g) -1 h) geht nicht i) $1 / (b-a)$
   j) $(a+b) / (a-b)$ k) geht nicht l) u^2a
   m) $(u-v)abm / (4n^2)$

8. a) $12x^2+7x-10$ b) $3x+1+10/(x-2)$ c) x^2+xy+y^2 d) $7a-5x-3b$

9. a) $29u-52v$ b) $-24pq$

10. a) $(2a+b-c)(x-y)$ b) $an(x+b)(d-c)$

11. a) $x < 3 / 2$ b) $43/21$

12. a) $-(5m^2+7) / (5n)$ b) $-1/x$

13. a) x^2+xy+y^2 b) $u^4v-2u^2+u^2v^2-2v$ c) $a^4+a^3b+a^2b^2+ab^3+b^4$

14. a) 6400 b) $x_1 = -3 + \sqrt{14}$, $x_2 = -3 - \sqrt{14}$

Lösungen zum 2. Aufgabenblatt: Potenzen und Logarithmen

1. a^8 a^2 $1/a$ a^6

2. $11u^2v^3 - 7u^3v^2 + 9uv^3$

3. 1024 8192 0.125 0.04 2 4

4. $4{,}8 \cdot 10^{-5}$ m $3{,}7451 \cdot 10^{7}$ m $4{,}256 \cdot 10^{-3}$ m

5. $1/a^3$ a^2/b b^5/a^3

6. $x = a^4$; $x = 2 \Rightarrow a = \pm 2^{1/4} = \pm\sqrt[4]{2}$
$x = a^{-2}$; $x = 2 \Rightarrow a = \pm (½)^{½} = \pm\sqrt{1/2} = \pm \sqrt{2}/2$
$x = a^6$; $x = 2 \Rightarrow a = \pm (2)^{1/6} = \pm\sqrt[6]{2}$
$x = a^{-6}$; $x = 2 \Rightarrow a = \pm (½)^{1/6} = \pm\sqrt[6]{1/2} = \pm \sqrt[6]{32}/2$

7. a) $10\, x^{n+5} = t$; $x=3, n=1, m=5 \Rightarrow t=7290$
b) $(xy)^3 = x^3y^3$

8. a) $s= (a^3+1)/a^5$; $s=1 \Rightarrow a^3+1 = a^5$, $s=0 \Rightarrow a = -1$

b) $s= (a^3-1)/a^{m+1}$; $s=1 \Rightarrow a^3-1 = a^{m+1}$, $s=0 \Rightarrow a = 1$

9. $(ab)^4$ $(a/b)^{29}$ $a^{3/2}$ $b^{7/3}$

$a^{3/2}$ $a^{5/3}$ $a^{5/3}$ $a^{8/15}$

10. $\sqrt{b^3}$ $\sqrt[3]{b^5}$ $\sqrt[4]{x^9}$ 6
$\sqrt[k]{a^3b^7}$ $\sqrt[4]{x}$ $\sqrt[8]{x}$

11. $x^2 + 2x\sqrt{x} + x$ $\sqrt{x}$ $x^4 - 2x^{7/3} + x^{2/3}$
$a+b$ $a + 2\sqrt{ab} + b$

12. $2ab\sqrt{b}$ $\sqrt{x}\;\; y$ stehen lassen $a+b$;

ohne die Einschränkungen:
$2ab\sqrt{b}$ (für $b<0$ nicht def.) $\sqrt{|x|}\,|y|$ stehen lassen $|a+b|$

13. $x = 3$ $x = -5$ $x = 64$ keine Lösung $x = 0{,}125$

14. $p = 1$: $B = 1104{,}62$
$p = 3$: $B = 1343{,}92$
$p = 5$: $B = 1628{,}89$

15. 4; 3; ½; -1; -2; 8; 5

16. a) $x=lg(5) / lg(3) \approx 1,465$ b) $x= lg(8) / lg(4) =1,5$

c) $x= lg(2) / lg(5) \approx 0,431$ d) $x= lg(0.2) / lg(2) \approx -2,322$

17. a) $2 \log_a(x) + 3 \log_a(y) - 4 \log_a(u) - \log_a(v)$

b) ¾

c) $\log_a (uz^4/ v^2)$

d)12

18. $n= lg(2) /lg (1,03) \approx 23,45$

Lösungen zum 3.Aufgabenblatt: Lineare und quadratische (Un-)Gleichungen, Wurzelgleichungen

1. a) $x = -1/3$ b) unlösbar c) $x = (a+c)/b$ d) $x = 1/3$ e) x ist beliebig

2. a) $x = (a-b)/(a+b)$; da $x \neq 1$ sein muss, muss $b \neq 0$ sein

   b) $x = 6$

3. a) $x_1 = 1$, $x_2 = -1$ b) $x_1 = 7$, $x_2 = -3$ c) $x_1 = 17/16$, $x_2 = 5$ d) $x = 6$

4. a) $t = -2$

5. a) $x = 25$ b) $x = 4$ c) $x_1 = 3$, $x_2 = -3$ d) keine Lösung

6. a) $x > 7/5$ b) $x \leq 2$ c) $-5/3 < x < 5/3$ d) $x < 1$ oder $x > 7$

7. a) $y = -x - 1$ ➔ S1 = (0, -1) b) $y = 1/3\, x - 2$ ➔ S1 = (0, -2)
   ➔ S2 = (-1, 0) ➔ S2 = (6, 0)
   ➔ $\alpha = -45°$ ➔ $\alpha \approx 18{,}4°$

8. a) L = { (x = ¾ , y = -7/4) } ; zwei Geraden, die sich in (¾ , - 7/4) schneiden.

   b) Durch die beiden Gleichungen wird dieselbe Gerade beschrieben, nämlich $y = x/4 - ½$. Alle Punkte auf dieser Geraden lösen das Gleichungssystem: $L = \{ (x,y) \mid y = x/4 - ½ \}$

   c) Es ergibt sich ein Widerspruch , L = { } ; die Gleichungen beschreiben parallele Geraden, nämlich $y = x/4 - 1/2$ und $y = x/4 - 3/4$, die sich nicht schneiden.

9. a) S1 = (0, 8) Scheitelpunkt, hier tiefster Punkt: (3, -1)
   S2 = (2, 0)
   S3 = (4, 0)

10. b) S1 = (0, -6) Scheitelpunkt, hier höchster Punkt: (7/4,1/8)
    S2 = (2, 0)
    S3 = (3/2, 0)

Lösungen zum 4.Aufgabenblatt: Geometrie und Trigonometrie

1. $\overline{OD} = 3.5cm,\ \overline{BD} = 5.6cm$

2. a = 14.21 cm , c = 16.82 cm

3. Bogenlänge: 3.87 cm , Fläche: 5.81 cm^2 , Öffnungswinkel (Bogenmaß): 1.29

4. $\pi/6 \quad \pi/4 \quad \pi/3 \quad \pi/2 \quad 2\pi/3 \quad 3\pi/4 \quad 5\pi/6 \quad \pi$

5. s. Formelsammlung

6. $\alpha = 57.65°$, $\beta = 32.35°$

7. 35.26°

8. Höhe: 7.48 cm , Volumen: 39.91 cm^3 , Oberfläche: 77.97 cm^2

9. 47.98°

10. 17.24 cm

Hinweis: auch wo das Gleichheitszeichen steht, sind die Ergebnisse u.U. gerundet.