

Vorkurs Mathematik – Beispielaufgaben

Folgende Aufgabe sind eine Auswahl der Aufgaben, die während des Vorkurses bearbeitet werden. Zu Studienbeginn wird vorausgesetzt, dass Sie die Aufgaben sicher und hilfsmittelfrei lösen können. Überprüfen Sie Ihr mathematisches Wissen und Können, indem Sie Ihre Ergebnisse mit den Lösungen auf Seite 3 vergleichen.

1 Übungen zum Kopfrechnen

1.1 Ziehen Sie (sofern möglich) die Wurzel ($x > 0, y > 0, a > 0, b > 0$)

a) $\sqrt{64}$ b) $\sqrt[4]{16}$ c) $\sqrt[3]{125}$ d) $\sqrt{4a^2b^3}$

1.2 Bestimmen Sie den Wert des Logarithmus.

a) $\log_3 81$ b) $\log_4 64$ c) $\log_4 \left(\frac{1}{16}\right)$ d) $\log_5 \sqrt{5}$

2 Termumformungen

2.1 Lösen Sie die Klammern auf und fassen Sie den Term soweit wie möglich zusammen.

a) $x - (a - (x - y)) + a$ b) $-2zx + (6ya + 2xz)$

2.2 Formen Sie folgende Summe bzw. Differenz in ein Produkt um, indem Sie ausklammern.

a) $(x - y) \cdot (3a + b) - (2a - b) \cdot (x - y)$ b) $(u - v) + b(v - u)$

2.3 Kürzen Sie folgende Bruchterme falls möglich.

a) $\frac{a^2b}{2ab}$ b) $\frac{a^2b}{a^2+a}$ c) $\frac{a^2b}{a^2+b}$ d) $\frac{a-b}{b-a}$

2.4 Addieren bzw. subtrahieren Sie folgende Bruchterme.

a) $\frac{5}{18} - \frac{3-a}{24} + \frac{a}{30}$ b) $\frac{ab}{cd} + \frac{xy}{uv}$

2.5 Vereinfachen Sie folgende Terme gemäß der Potenzgesetze soweit wie möglich.

a) $5x^{3n-2} \cdot \frac{2x^{m-4n+7}}{x^{m-2n}}$ b) $\left(\frac{x^2}{y}\right)^3 \cdot \left(\frac{y^2}{x}\right)^3$ c) $\frac{5m^2n + 7n}{3m - 2n} \cdot \frac{4n^2 - 9m^2}{15mn^2 + 10n^3}$

2.6 Fassen Sie, soweit gemäß der Logarithmengesetze möglich, zu einem Logarithmenterm zusammen.

a) $\log_a(u) - 2\log_a(v) + 4\log_a(z)$ b) $-\log_2(a) - \log_2(b) - \log_3(c)$
 c) $\log_{10}(\sqrt{x}) + \log_2(x) - \log_{10}\sqrt{y}$ d) $2\ln 4 + \ln x + \log_e 3$

3 Lösen von Gleichungen unterschiedlichen Typs sowie linearer Gleichungssysteme

3.1 Bestimmen Sie alle reellen Lösungen folgender Gleichungen.

a) $\frac{5x-6}{10} - \frac{9-10x}{14} = \frac{3x-4}{5} - \frac{3-4x}{7}$

b) $-8(1-7x) - 5(x+12) = 17(3x-2) - 34$

c) $3 - 4x^2 = 5 - 6x^2$

d) $ax - gx^2 = 0$ mit $a, g \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$

3.2 Bestimmen Sie die Lösungsmenge der folgenden linearen Gleichungssysteme und interpretieren Sie das Ergebnis geometrisch.

a) I $x + y + 1 = 0$ II $x - 3y - 6 = 0$

b) I $x - 4y = 2$ II $-2x + 8y + 4 = 0$
--

Lösungen

1.1 Ziehen Sie (sofern möglich) die Wurzel ($x > 0, y > 0, a > 0, b > 0$)

$$\text{a) } \sqrt{64} = 8 \quad \text{b) } \sqrt[4]{16} = 2 \quad \text{c) } \sqrt[3]{125} = 5 \quad \text{d) } \sqrt{4a^2b^3} = 2ab\sqrt{b}$$

1.2 Bestimmen Sie den Wert des Logarithmus.

$$\text{a) } \log_3 81 = 4 \quad \text{b) } \log_4 64 = 3 \quad \text{c) } \log_4 \left(\frac{1}{16}\right) = -2 \quad \text{d) } \log_5 \sqrt{5} = \frac{1}{2}$$

2.1 Lösen Sie die Klammern auf und fassen Sie den Term soweit wie möglich zusammen.

$$\text{a) } 2x - y \quad \text{b) } 6ay$$

2.2 Formen Sie folgende Summe bzw. Differenz in ein Produkt um, indem Sie ausklammern.

$$\text{a) } (x-y) \cdot (a+2b) \quad \text{b) } (u-v) \cdot (1-b)$$

2.3 Kürzen Sie folgende Bruchterme falls möglich.

$$\text{a) } \frac{a}{2} \quad \text{b) } \frac{ab}{a+1} \quad \text{c) } \text{kürzen nicht möglich} \quad \text{d) } -1$$

2.4 Addieren bzw. subtrahieren Sie folgende Bruchterme.

$$\text{a) } \frac{55+27a}{360} \quad \text{b) } \frac{abuv + cdxy}{cdv}$$

2.5 Vereinfachen Sie folgende Terme gemäß der Potenzgesetze soweit wie möglich.

$$\text{a) } 10x^{n+5} \quad \text{b) } (xy)^3 = x^3y^3 \quad \text{c) } -\frac{5m^2+7}{5n}$$

2.6 Fassen Sie, soweit gemäß der Logarithmengesetze möglich, zu einem Logarithmenterm zusammen.

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \log_a \left(\frac{uz^4}{v^2}\right) & \text{b) } \log_2 \left(\frac{1}{ab}\right) - \log_3(c) \\ \text{c) } \log_{10} \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{y}}\right) + \log_2(x) & \text{d) } \ln(48x) \end{array}$$

3.1 Bestimmen Sie alle reellen Lösungen folgender Gleichungen.

$$\text{a) } \frac{1}{3} \quad \text{b) } x \in \mathbb{R} \quad \text{c) } x_1 = +1 \text{ und } x_2 = -1 \quad \text{d) } x_1 = 0 \text{ und } x_2 = \frac{g}{a}$$

3.2 Bestimmen Sie die Lösungsmenge der folgenden linearen Gleichungssysteme und interpretieren Sie das Ergebnis geometrisch.

- a) $\mathbb{L} = \{(x = \frac{3}{4}, y = -7/4)\}$; zwei Geraden, die sich im Punkt $P(\frac{3}{4}, -7/4)$ schneiden.
 b) Die beiden Gleichungen beschreiben dieselbe Gerade, nämlich $y = \frac{1}{4}x - \frac{1}{2}$. Daher sind alle Punkte auf dieser Geraden Lösungen des Gleichungssystems: $\mathbb{L} = \{(x,y) \mid y = \frac{x}{4} - \frac{1}{2}\}$